

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta stavební

Katedra stavební mechaniky

Princip lokálnosti ve 2D úlohách

Principle of locality in 2D problems

Student:

Petra Adamčíková

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Jiří Brožovský, Ph.D.

Ostrava 2016

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta stavební
Katedra stavební mechaniky

Zadání bakalářské práce

Student: **Petra Adamčíková**
Studijní program: B3607 Stavební inženýrství
Studijní obor: 3607R037 Konstrukce staveb
Téma: **Princip lokálnosti ve 2D úlohách**
Principle of locality in 2D problems

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

S využitím zvoleného software zpracujte numerickou studii vlivu zatížení a otvorů v konstrukci na rozložení napětí v úlohách rovinné deformace. Studie by měla obsahovat jednak různé varianty síly na povrchu (zavedené jako jedna síla nebo skupiny sil), jednak studii vlivu velikosti kruhového a eliptického otvoru na vnitřní síly. Uvažujte několik alternativ sítě konečných prvků a zhodnoťte jejich vliv na výsledky.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Teplý, B., Šmírák, S.: Pružnost a plasticita 2, VUT v Brně, Brno, 1992
- [2] Servít a kol.: Teorie pružnosti a plasticity I, SNTL, Praha, 1981
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství ČVUT, 1992
- [4] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 2, Vydavatelství ČVUT, 1992

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jiří Brožovský, Ph.D.**

Datum zadání: 31.10.2015

Datum odevzdání: 02.05.2016



doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Čajka, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

Petra Adamčíková

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na mojí bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že údaje o bakalářské práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo - bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

.....

Petra Adamčíková

Poděkování

Touto cestou bych ráda poděkovala panu doc. Ing. Jiřímu Brožovskému, Ph.D., vedoucímu bakalářské práce, za jeho vstřícnost a vedení při zpracovávání bakalářské práce.

Dále bych chtěla poděkovat celé své rodině, která mne celou dobu všestranně podporovala.

ANOTACE

Cílem bakalářské práce je zjistit, jaké je rozložení napětí zadané stěny a jaký vliv mají otvory čtvercového, obdélníkového, kruhového a eliptického tvaru na toto napětí stěny. Stěny byly s různou hustotou sítě konečných prvků. Stěny s různou hustotou sítě byly porovnány z hlediska přesnosti výsledků a jejich časové náročnosti. Bakalářská práce se také zabývá různými variantami sil na povrchu. K tomuto je využito softwaru Matlab, ANSYS a Scia Engineer. Výsledná napětí z jednotlivých softwarů jsou porovnávána a je zjišťována přesnost výpočtu.

Klíčová slova:

Hookeův zákon, Cauchyho rovnice rovnováhy, rovinný problém, rovinná napjatost, Saint-Venantův princip lokálního účinku, Airyho funkce, stěnová rovnice, Metoda konečných prvků, Ritzova metoda, deformační metoda, bodové zatížení, spojitě zatížení, vodorovný řez, svislý řez, napětí, hlavní napětí.

ANNOTATION

The aim of the thesis is to find out what is the decomposition of assigned bearing wall tension and what is the influence of the square, rectangular, circular and elliptic hole on bearing wall tension. The bearing walls have different density of final elements network. The bearing walls of various network density are compared from the point of view of result accuracy and time demands. The thesis deals with various kinds of the acting force on the surface. Softwares like Matlab, ANSYS and Scia Engineer are used for this. Final tensions are compared and the result accuracy is tested.

Key words:

Hooke's Law, Cauchy's Equation of Equilibrium, Plane Matter, Plane Tenseness, Saint-Venant's Principle, Airy's Function, Bearing Wall Equation, Final Elements Method, Ritz's Method, Deformation Method, point load, continuous load, horizontal cut, vertical cut, stress, principal stress.

OBSAH

1. Úvod	9
2. Základní předpoklady	10
2.1 Teorie pružnosti.....	10
2.2 Princip lokálnosti.....	13
2.3 Rozdělení plošných konstrukcí.....	14
3. Rovinný problém.....	14
3.1 Rovinná napjatost.....	15
3.2 Rovinná deformace.....	16
3.3 Vztahy pro rovinný problém	16
3.4 Stěnová rovnice	18
4. Metoda konečných prvků.....	19
4.1 Deformační metoda	20
4.1.1 Analýza prvku	20
4.1.2 Analýza konstrukce.....	22
4.2 Programování stěny v programu ANSYS	23
5 Napětí ve stěně.....	24
5.1 Stěna s čtvercovými otvory	29
5.2 Stěna s obdélníkovými otvory.....	37
5.3 Stěna s kruhovými otvory	45
5.4 Stěna s eliptickými otvory	51
6 Posouzení výpočetních programů.....	58
7 Závěr	66
Seznam použité literatury.....	68
Seznam uvedených programů	69
Seznam obrázků	70
Seznam grafů	71

Seznam tabulek.....	73
Přílohy	73

1. ÚVOD

V bakalářské práci byl zjišťován vliv velikosti a umístění otvorů na výsledné napětí stěny s využitím softwarů Matlab, ANSYS a Scia Engineer. Dále byl sledován vliv hustoty sítě na přesnost výsledků.

Řešena byla stěna rozměrů 10 x 10 m. Studováno bylo několik alternativ sítě konečných prvků, na kterých byly sledovány změny výsledků v závislosti na hustotě sítě konečných prvků. Ve stěně byly vytvořeny otvory čtvercového, obdélníkového, kruhového a eliptického tvaru. Velikost a poloha těchto otvorů byla měněna. Úlohy byly zatíženy srovnatelným bodovým a spojitým zatížením.

Na základě provedených výsledků byly pro studovanou úlohu zpracovány závislosti napětí na vzdálenosti otvoru od horního okraje stěny. Model stěny vytvořený v programu Matlab nebo ANSYS byl porovnán se stěnou vytvořenou v programu Scia Engineer 15.1.

Téma bakalářské práce jsem si zvolila proto, že mne zajímalo, jaká bude hodnota napětí při posunu otvoru nebo při změně zatížení. Také jsem chtěla zjistit, jak se budou hodnoty napětí měnit při zvětšování nebo zmenšování velikosti sítě.

2. ZÁKLADNÍ PŘEDPOKLADY

2.1 Teorie pružnosti

Teorie pružnosti je odvětvím mechaniky kontinua. Pojmem kontinuum rozumíme spojitě prostředí, tj. takové, jehož fyzikální vlastnosti lze matematicky popsat spojitými funkcemi [1]. Teorie pružnosti se zabývá vztahy mezi deformacemi a napětím tělesa. V této práci budeme uvažovat lineární chování konstrukce, to znamená, že bude docházet k malým deformacím, které nebudou mít vliv na nosnost konstrukce (platí Hookeův zákon).

Potřebujeme 15 neznámých veličin pro úplný popis chování pružného tělesa. Jedná se o 6 složek napětí, 6 složek deformace a 3 složky posunutí.

Abychom zjistili úplné chování pružného tělesa, je potřeba znát základní neznámé. Mezi ně se řadí vektorové pole posunů u , tenzorové pole deformace ε a tenzorové pole napětí σ .

$$u = \{u, v, w\}^T \quad (2.1)$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}\}^T \quad (2.2)$$

$$\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}\}^T \quad (2.3)$$

Kde u, v a w jsou složky posunu, ε_i jsou složky normálové deformace, σ_i složky normálového napětí [Pa], složky smykové deformace, respektive napětí jsou označeny jako γ_{ij} a τ_{ij} .

K zjištění 15 neznámých veličin je zapotřebí 15 rovnic. Jedná se o 3 podmínky rovnováhy, 6 fyzikálních rovnic a 6 rovnic geometrických.

Ve stavební mechanice jsou podmínky rovnováhy popsány jako součty sil [7]. Pro pružná tělesa diferenciální podmínky rovnováhy, také Cauchyho rovnice rovnováhy vyjadřují vztah mezi vnitřními a vnějšími silami, které působí na elementu [8].

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad (2.6)$$

kde X , Y a Z jsou objemové síly, které působí v jednotlivých směrech os systému souřadnic. Mezi objemové síly patří například gravitační nebo odstředivá síla.

Fyzikální rovnice popisují lineární závislost deformací na napětích v izotropních materiálech, Hookeův zákon,

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_z)] \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \quad (2.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} \quad (2.10)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{2G} \quad (2.11)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{2G} \quad (2.12)$$

kde ν je Poissonovým součinitelem, τ_{ij} je smykovým napětím, γ_{ij} zkosením a E a G je modul pružnosti v tlaku a ve smyku [Pa].

Jednoduchou úpravou fyzikálních rovnic obecného Hookeova zákona lze získat vztahy mezi složkami napětí a deformacemi při rovinné napjatosti pro libovolný bod nosné stěny v rovině [2].

Dalšími rovnicemi pro výpočet neznámých jsou rovnice geometrické, jinak také geometricko-deformační rovnice. Tyto rovnice vyjadřují vztahy mezi posunutím a poměrnými deformacemi.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.15)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.17)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.18)$$

Poměrné deformace jsou na sobě závislé, jejich vzájemné vztahy jsou vyjádřeny podmínkami kompatibility. Postupnými úpravami se redukují. Rovnice kompatibility využijeme při vytvoření stěnové rovnice. Pro úlohy rovinné napjatosti se však tyto rovnice redukují [3], tato zjednodušení budou zobrazena v dalších kapitolách.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.24)$$

Jednoduché úlohy jsou tímto způsobem řešitelné, ale praktické úlohy jsou v obecných případech těžce řešitelné. Numerické metody jako metoda konečných prvků, nebo metoda sítí nám pomůže najít řešení těchto úloh. Také zde dochází ke zjednodušení prostorového problému na 2D nebo dokonce na 1D úlohy.

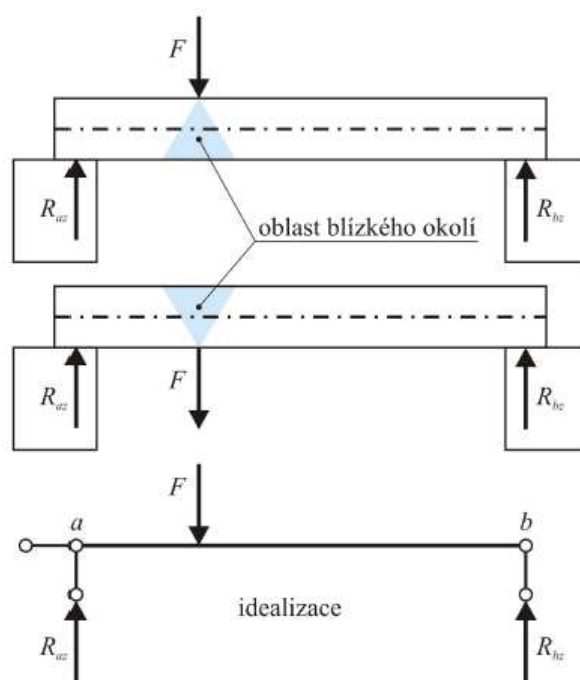
2.2 Princip lokálnosti

Princip lokálnosti, též Saint-Venantův princip lokálního účinku, byl pojmenován podle francouzského fyzika a matematika Adhémara Jean Claude Barré de Saint- Venanta. Pomocí tohoto principu je možné usnadnit řešení napjatosti těles. [2]

Saint-Venantův princip lokálního účinku zní:

Nahradíme-li v určité oblasti tělesa jednu silovou soustavu jinou, staticky ekvivalentní soustavou, pak napjatost tělesa je pro obě zatížení prakticky stejná s výjimkou blízkého okolí oblasti, jehož rozměry jsou srovnatelné s rozměry této oblasti [6].

Podle tohoto principu můžeme zaměnit zatížení staticky ekvivalentním zatížením, které je pro výpočet výhodnější. Zatížení na konstrukci můžeme idealizovat tím, že zatížení bude působit na střednici, po výpočtu s užitím Saint-Venantova principu musíme provést korekci napětí. Reálné působení a idealizaci zatížení můžeme vidět na obrázku 1.1 [2].



Obr. 1.11 Reálné působení zatížení na nosný prvek a provedená idealizace

Obrázek 2.1: Idealizace zatížení podle Saint-Venantova principu [2]

Saint-Venantův princip je intuitivně přijatelný, ve své obecné podobě je však těžko dokazatelný a jeho účinnost je u různých typů konstrukcí dosti rozdílná [4].

2.3 Rozdělení plošných konstrukcí

Mezi plošné konstrukce řadíme konstrukce, u nichž dva rozměry dominují nad rozměrem třetím. Tento třetí rozměr je označován, jako tloušťka h . Podle působení zatížení na střednicovou plochu plošných konstrukcí se jedná o desky nebo stěny. U desek zatížení působí kolmo na střednicovou plochu, kdežto u stěn je to paralelně s ní. Střednicovou plochou myslíme souhrn bodů, který rozděluje tloušťku konstrukce h , na dvě poloviny. V případě stěny a desky je střednicovou plochou rovina. Plošné konstrukce se zakřivenou střednicovou plochou se nazývají skořepiny. Teplý a Šmiřák v knize [5] uvádějí, že do dvourozměrných úloh můžeme zařadit i tělesa třírozměrné se zvláštním typem symetrie a specifického tvaru nebo u rotačně symetrických těles.

Nepočítáme se skutečnou konstrukcí, ale s idealizovaným modelem. Snažíme se proto o nejpřesnější model, aby výsledná odchylka od skutečnosti byla v přípustných mezích.

V této práci se budeme zabývat stěnovou konstrukcí, tedy konstrukcí, která je zatížena paralelně se střednicovou plochou. Pro výpočet plošných konstrukcí se nejčastěji používá metoda konečných prvků.

3. ROVINNÝ PROBLÉM

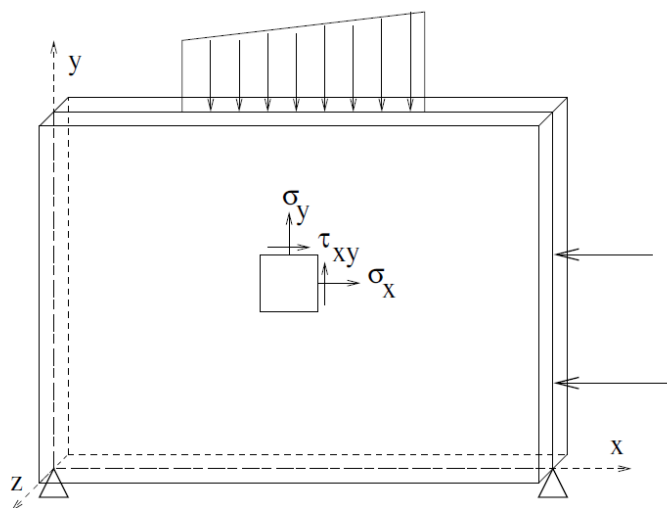
Rovinným problémem je označována rovinná napjatost a rovinná deformace. K rovinnému problému patří také podle publikace [3] úloha rotační symetrie těles. Tímto problémem se však v textu nebudeme zabývat. Řešení problémů se zjednoduší, když napětí nebo posun v jednom směru budeme považovat za zanedbatelný [11].

3.1 Rovinná napjatost

Rovinná napjatost je v úlohách, kde je jeden rozměr podstatně menší (10 a více krát) než ostatní dva rozměry. Konstrukce, zatížení a okrajové podmínky leží v jedné rovině. Konstrukce může být zatížena i v jiném směru, ale jeho účinky musí být tak malé, abychom je mohli zanedbat. Takovéto typy konstrukcí mohou být řešeny jako úlohy dvourozměrné. Příkladem takovýchto konstrukcí jsou nosné stěny. Body střednicové plochy stěny se budou pohybovat ve směrech u a v [3].

$$\mathbf{u} = \{u, v\}^T \quad (3.1)$$

Na obrázku 2.1 lze vidět příklad konstrukce rovinné napjatosti a její zatížení, které působí v rovině konstrukce.



Obr. 2.1 Rovinná napjatost – stěna.

Obrázek 3.1: Rovinná napjatost stěny [3]

Budeme předpokládat, že napětí je po tloušťce stěny rozděleno rovnoměrně. V takto idealizované konstrukci jsou všechna napětí, která se nenachází v rovině xy nulová.

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T \quad (3.2)$$

Přestože se konstrukce vyskytuje v rovině xy , posunutí ve směru osy z není zabráněno, poměrná deformace ε_z , bude obecně nenulová.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}\}^T \quad [3.3]$$

3.2 Rovinná deformace

Příkladem konstrukce s rovinnou deformací mohou být některé liniové stavby (silniční a železniční tělesa), podzemní a hornické stavby.

Konstrukce je idealizovaná tak, že těleso je nekonečně dlouhé a po celé délce stejně zatížené a podepřené. V takovém případě budeme tloušťku konstrukce považovat za jednotkovou. Na konstrukci pak bude pohlíženo jako na dvourozměrnou úlohu, a proto se posunutí bude uvažovat posunutí v rovině xy .

Složky deformace jsou nenulové pouze v rovině xy , proto bude deformace ve směru tloušťky nulová.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T \quad (3.4)$$

Přestože ve směru osy z nevznikne deformace, musíme počítat s nenulovým napětím σ_z . Výsledný vektor napětí tak bude čtyřsložkový [3].

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}\}^T \quad (3.5)$$

3.3 Vztahy pro rovinný problém

Z předchozí kapitoly jsme zjistili rovnice podmínek rovnováhy, geometricko-deformační vztahy a také fyzikální rovnice. U rovinného problému vynecháme nulové veličiny a ponecháme pouze ty, které působí v rovině xy .

Podmínky rovnováhy v rovině tak budou mít tvar:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0 \quad (3.7)$$

Třetí rovnice je vynechána záměrně, protože objemová síla Z je nulová, v rovinném problému se předpokládá, že zatížení může působit pouze v rovině xy , a tudíž $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$.

Geometricko-deformační vztahy v rovině jsou také zjednodušeny. Je ponecháno pouze posunutí u a v .

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.8)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.10)$$

Ostatní geometricko-deformační vztahy jsou díky zjednodušení nulové.

Fyzikální rovnice rovnováhy byly také upraveny pro rovinný problém. Odstraněním nulových veličin vytvořily nenulové veličiny upravené fyzikální rovnice, které platí při rovinné napjatosti.

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y] \quad (3.11)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x] \quad (3.12)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [-\nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \quad (3.13)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} \quad (3.14)$$

Pro naše výpočty jsou však důležitější než vztahy pro výpočet deformace rovnice pro vyjádření napětí. Vyjádřením z rovnic [2.11-2.14] tyto rovnice získáme.

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_x + \nu \cdot \epsilon_y) \quad (3.15)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_y + \nu \cdot \epsilon_x) \quad (3.16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{xy} \quad (3.17)$$

3.4 Stěnová rovnice

Stěnová rovnice je parciální diferenciální rovnice čtvrtého řádu homogenní s konstantními koeficienty [5]. Pro odvození stěnové rovnice je využita rovnice kompatibility upravená pro rovinnou napjatost.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (3.18)$$

Postupnou úpravou této rovnice vznikne Lévyho podmínka neboli podmínka kompatibility:

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = 0 \quad (3.19)$$

Pro zjednodušení navrhl Airy funkci takovou, ze které lze odvodit stav napjatosti stěny. Této funkci také říkáme, že je biharmonická [5].

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (3.20)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (3.21)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (3.22)$$

Dosazením těchto vztahů do Lévyho podmínky získáme stěnovou rovnici.

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (3.23)$$

Tato rovnice je vhodná pro výpočet jednoduchých případů stěny. Stěnová rovnice se používá pro výpočet silovou metodou. V minulosti se tato rovnice často využívala, v současnosti se však tato rovnice využívá méně díky Metodě konečných prvků.

4. METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků je moderní, numerická metoda pro nepřímé řešení diferenciálních rovnic [5]. Metoda konečných prvků (dále jen MKP) je metoda, kterou lze aplikovat na velké množství úloh. Tato metoda má uplatnění v různých odvětvích, ať už jde o oblasti inženýrské (stavebnictví, strojírenství), přes fyzikální jevy (proudění, magnetismus) až po řešení úloh biomechaniky. Vzhledem k účinnosti při řešení složitých a rozsáhlých úloh se metoda neustále vyvíjí a zdokonaluje.

Teplý, Šmírák v publikaci [5] uvádí, že zakladatelem Metody konečných prvků byl v roce 1943 matematik Richard Courant, který publikoval práci, v níž se zabýval problémem torse. V této práci znázornil matematický postup, který se stal základem MKP. Courantova práce rozděluje oblast na konečné množství trojúhelníkových částí. Počátky Metody konečných prvků lze nalézt také v práci Alexandera Hrennikoffa *Solution of Problems of Elasticity by the Frame-Work Method* z roku 1941. Přestože byly přístupy obou průkopníků různé, shodli se na tom, že spojité oblasti se rozdělují do množiny samostatných podoblastí.

Další práce na toto téma byly publikovány na konci let padesátých a na začátku šedesátých navázaly práce další. Jednalo se o práce i českých autorů, mezi nimiž byli např. Vladimír Kolář, Alexandr Ženíšek nebo Jiří Kratochvíl.

Metodu konečných prvků lze také popsat jako variantu Ritzovy metody, při které jsou náhradní funkce voleny po částech konstrukce – tzn. konečných prvcích. Při použití Ritzovy metody je nejtěžším krokem volba náhradních funkcí [5].

Nevýhodou této metody je náročnost výpočtu. Úlohy, které by bylo možno vypočítat ručně při použití jiných metod, se neobejdou při výpočtu pomocí MKP bez výpočetní techniky.

MKP je běžně používaná ve statice jak pro stavební konstrukce, které jsou řešeny lineárně, tak pro konstrukce dynamiky, které jsou řešeny nelineárně. V této práci však uvažujeme lineární chování konstrukce.

V publikaci [10] má MKP tři varianty výpočtu, a to deformační, silovou a smíšenou. Tato práce využívá variantu deformační.

4.1 Deformační metoda

Deformační metoda vychází z toho, že jsou dány síly, které působí na konstrukci a jsou zjišťovány napětí a deformace, které zde vznikají. Postup při řešení deformační metodou má několik fází. Nejdříve musí dojít k rozdělení kontinua na prvky, což znamená, že je rozhodováno o tvaru, velikosti a počtu konečných prvků, na které je konstrukce rozdělena. Dále jsou zvoleny aproximační funkce a sestaveny potřebné vzorce pro vyjádření deformačních a silových funkcí a „odvodit matici tuhosti prvku“ [10]. V závěrečné fázi algoritmu je potřeba zavést okrajové podmínky konstrukce a vypočítat napětí a deformace. To vše se uplatní při sestavení výrazu pro potenciální energii Π .

MKP je metoda přibližná, numerická a její stupeň přibližnosti lze měnit podle hustoty sítě prvků. V podkapitolách je blíže specifikován postup při výpočtu pomocí deformační metody podrobněji.

4.1.1 Analýza prvku

V první fázi je nutné si zvolit tvar prvku. Stěna čtvercová může být rozdělena na prvky trojúhelníkové nebo trojúhelníkové. U masivních třírozměrných těles jsou dělena na hranoly nebo čtyřstěny. Poté jsou zvoleny funkce, kterými jsou nahrazeny (aproximovány) neznámé deformační funkce.

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, y, z) &= \sum_{i=1}^{N_e} a_i x^p y^q z^r \\ (i &= 1, 2, \dots, N_e) \end{aligned} \quad (4.1)$$

kde N_e je počet členů polynomu, který je dán požadavkem na přesnost řešení a na konvergenční vlastnosti, p , q a r jsou přirozená čísla, a_i jsou volné koeficienty polynomu [10].

Tuto funkci poté můžeme vyjádřit také maticově.

$$\tilde{u} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{a} \quad (4.2)$$

\mathbf{a} je vektor seřazujících koeficienty a_i , \mathbf{U} je matice zvolených funkcí

Parametry deformace poté bude vyjádřeny vektorem \mathbf{r}_e , který lze vyjádřit maticí a vektorem souřadnic \mathbf{S} , \mathbf{a} :

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{S} \cdot \mathbf{a} \quad (4.3)$$

Pomocí již dříve sestaveného aproximačního posunutí u sestavíme rovnici pro vyjádření poměrných deformací. V teorii malých deformací platí geometricko-deformační vztahy (2.13), (2.14), (2.15). Proto můžeme rovnici zapsat tímto způsobem:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\partial}^T \cdot \boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{a} \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\partial}^T \cdot \boldsymbol{U} \quad (4.5)$$

kde \boldsymbol{B} je matice odvozená derivacemi \boldsymbol{U} .

Výsledný průběh složek deformace pak má tvar:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{a} \quad (4.6)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}^{-1} \boldsymbol{r} \quad (4.7)$$

Vztah mezi složkami napětí a přetvoření lze vyjádřit Hookeovým zákonem:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.8)$$

matice \boldsymbol{D} je matice tuhosti materiálu neboli matice fyzikálních konstant

Dosazením rovnice (4.7) do rovnice (4.8) získáme složky napětí v závislosti na uzlových deformačních parametrech \boldsymbol{r} :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}^{-1} \boldsymbol{r} = \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{r} \quad (4.9)$$

kde $\boldsymbol{\Sigma}$ se nazývá matice napětí prvku

Rovnice napětí a deformace prvku jsme určili, nyní můžeme sestavit výrazy pro potenciální energii prvku. Celková potenciální energie je rovna součtu vnitřních (deformační energie) a vnějších sil (zatížení):

$$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{\Pi}_i + \boldsymbol{\Pi}_e \quad (4.10)$$

kde $\boldsymbol{\Pi}$ je celková potenciální energie, $\boldsymbol{\Pi}_i$ je potenciální energie vnitřních sil a $\boldsymbol{\Pi}_e$ je potenciální energie sil vnějších.

Potenciální energie vnitřních sil:

$$\boldsymbol{\Pi}_i = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (4.11)$$

Potenciální energie vnitřních sil:

$$\Pi_e = \int X^T r dV \quad (4.12)$$

kde X^T je transponovaný vektor objemových sil prvku

Dosazením rovnic (4.11) a (4.12) do rovnice (4.10), dostaneme ve zkráceném tvaru rovnici:

$$\Pi = \frac{1}{2} r^T K r - F^T r \quad (4.13)$$

kde K je matice tuhosti konečného prvku a F je vektor zatížení prvku

Matice tuhosti konečného prvku a vektor zatížení má tvar:

$$K = \int S^{-1T} B^T D B S^{-1} dV \quad (4.14)$$

$$F = - \int X^T dV \quad (4.15)$$

Pomocí Lagrangeova variačního principu, který tvrdí, že derivace potenciální energie je nula, získáme další zjednodušení rovnice (4.12). Řešením celé konstrukce je rovnice:

$$K \cdot r = F \quad (4.16)$$

Pro studovaný konečný prvek:

$$F = X + p \quad (4.17)$$

Postupným dosazováním a úpravou získáme soustavu rovnic pro konečný prvek:

$$K_e \cdot r_e = F_e \quad (4.18)$$

Interpolační funkce musí splňovat podmínku spojitosti (kompatibility), spojitost funkce musí být zajištěno uvnitř prvku i na jeho hranicích a podmínku úplnosti. Pokud jsou tyto podmínky splněny, řešení bude konvergovat monotónně.

4.1.2 Analýza konstrukce

Pro každý prvek, lze pomocí kódových čísel určit sloupcový a řádkový index v globální matici tuhosti, ale také index v globálním zatěžovacím vektoru.

Matici tuhosti je sestavena tak, že u všech konečných prvků je zjišťována jejich lokální matice tuhosti, která je poté přiřazována na pozice, které udává vektor kódových čísel.

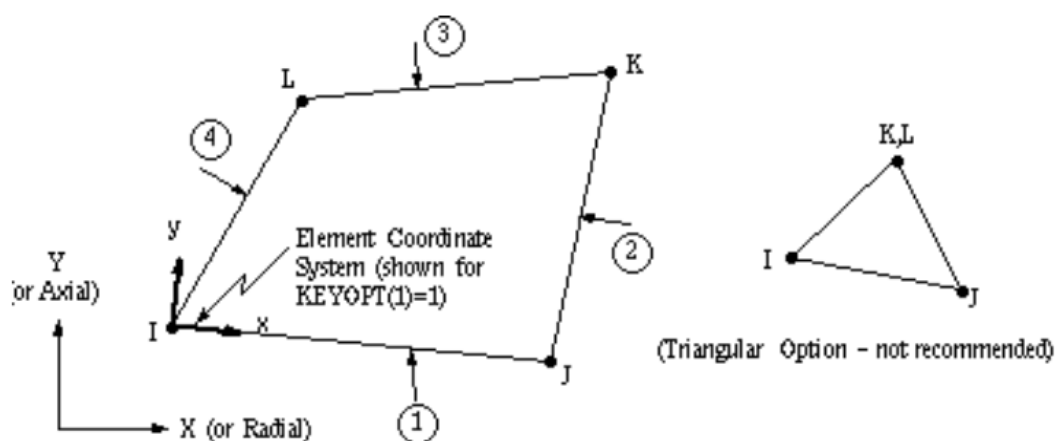
Matice tuhosti konstrukce je symetrická podle hlavní diagonály, při vhodném číslování uzlů se ze čtvercové matice stává matice pásová [16].

Okrajové podmínky jsou dány způsobem podepření, ukotvením konstrukce nebo podmínkami symetrie, jedná se tedy o deformační okrajové podmínky. V bodě, kde se nachází podpora, bude parametr deformace nulový. Liniová a plošná podepření jsou v MKP nahrazována podepřením stejného typu na všech uzlech, které padne pod toto podepření. V případě pružných podpor je v odpovídajícím uzlu pro parametr deformace zadána vnější vazba s tuhostí [10].

Zatížení je zadáváno jako uzlové, transformované vnější nebo objemové zatížení.

4.2 Programování stěny v programu ANSYS

V programu ANSYS byla nejdříve vytvořena stěna bez otvoru, byly zadány vstupní údaje, jako jsou modul pružnosti v tlaku nebo Poissonovo číslo. Dalším krokem pro výpočet bylo rozdělení stěny. Program ANSYS používá pro vytvoření sítě prvek nazvaný PLANE 42. Tento prvek se používá pro 2D úlohy a je definován čtyřmi uzly, které mají dva stupně volnosti na každém uzlu (Obrázek 4.1) [9].



Obrázek 4.1: Prvek sítě programu ANSYS [9]

Programu bylo zadáno rozdělení na hranách stěny a zbytek sítě byl vytvořen programem automaticky. Posledním krokem nutným pro výpočet napětí bylo zadání zatížení a podpor.

5 NAPĚTÍ VE STĚNĚ

Pro výpočet napětí ve stěně bylo nutné si nejdříve zvolit šířku, výšku a tloušťku stěny, modul pružnosti v tlaku, Poissonův součinitel, velikost zatížení a také její podepření. Tyto hodnoty se pro všechny typy stěn shodovaly.

Základní údaje o stěně:

$$h = 10 \text{ m}$$

$$\check{s} = 10 \text{ m}$$

$$t = 0,1 \text{ m}$$

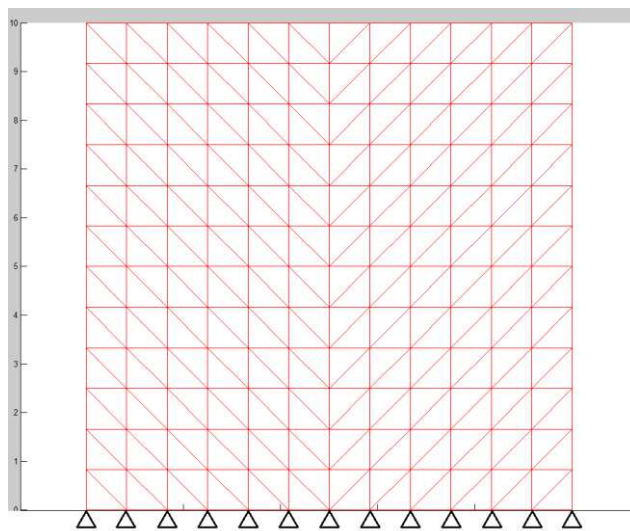
$$E = 20 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$\nu = 0,2$$

$$F = 10 \text{ kN}$$

$$q = 1 \text{ kNm}^{-1}$$

Podepření stěny bylo svislé po celé délce stěny. Vodorovná podpora se nacházela uprostřed hrany stěny.

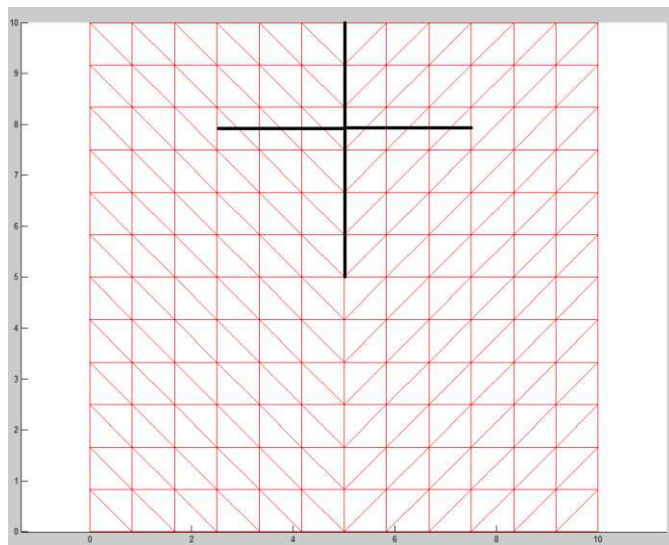


Obrázek 5.1: Podpory stěny

Stěna byla poté rozdělena na 12x12, 24x24, 36x36, 48x 8 a 60x60 dílů (plošek). Napětí různých druhů sítě bylo porovnávána a byl zjišťován vliv sítě na přesnost výsledků.

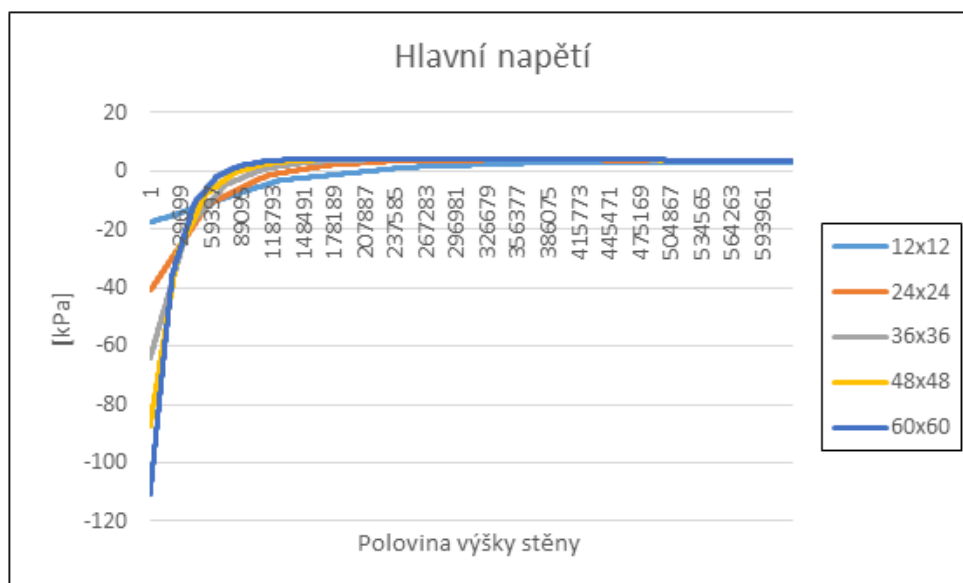
Stěnou byly vedeny dva řezy, kolmý a vodorovný. Řezy stěnou jsou znázorněny na stěně s hustotou sítě 12x12. Na stěně rozdělené na jiný počet konečných prvků byly řezy vedeny

v odpovídajících místech znázorněné stěny (Obrázek 5.2). Při výpočtech v programu Scia Engineer 15.1 a ANSYS byly řezy vedeny po celé výšce a šířce stěny.



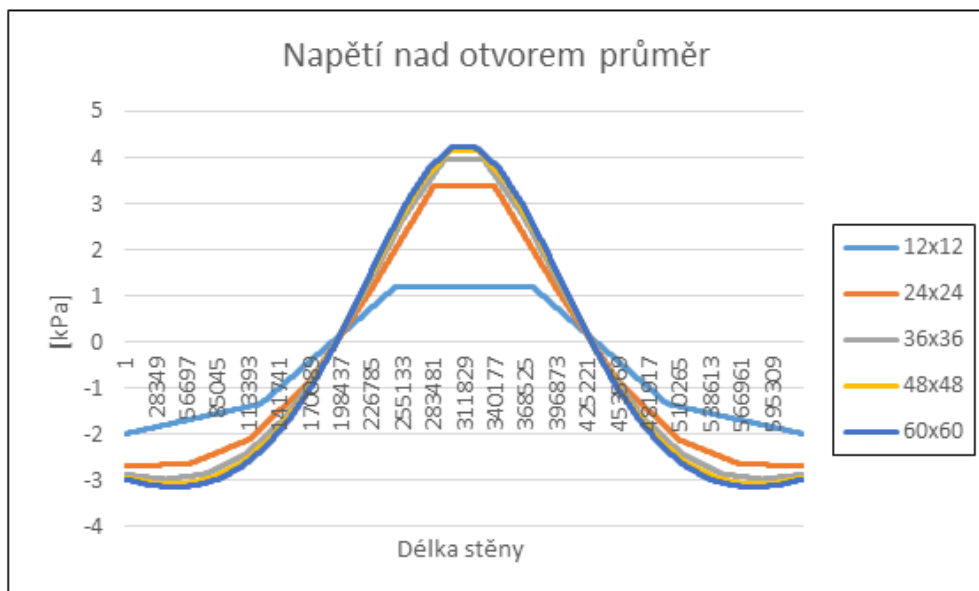
Obrázek 5.2: Řezy stěnou

Nejdříve byla vytvořena stěna bez otvorů. Tato stěna byla programována v softwaru Matlab. Hodnoty napětí byly vloženy do programu MS Excel a byl porovnáván vliv hustoty sítě na přesnost výsledků (Graf 5.1) Napětí τ_{xy} je ve svislém řezu vždy nulové.

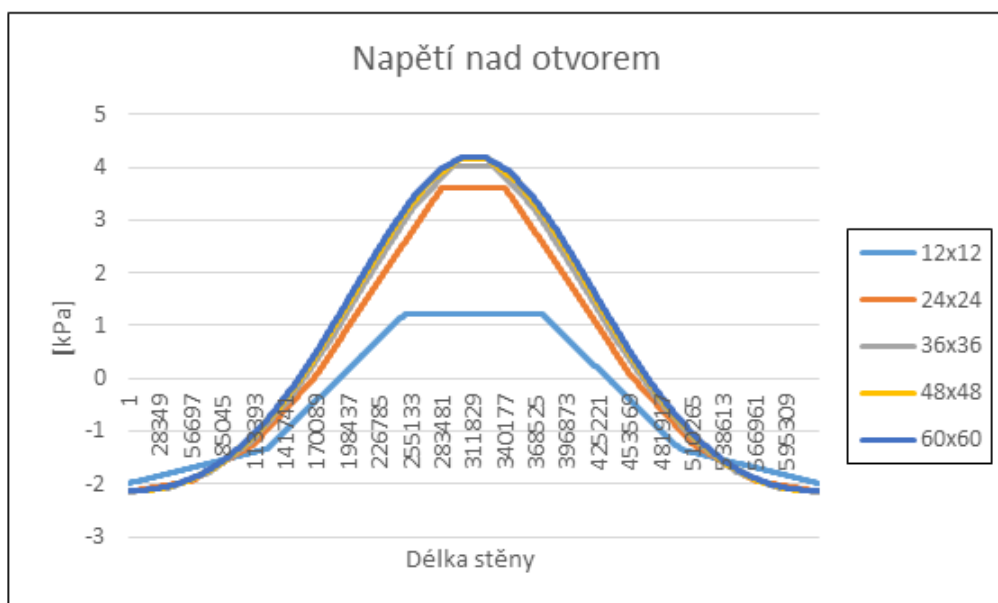


Graf 5.1: Hlavní napětí způsobené bodovou silou všech druhů sítí stěny bez otvoru

Pro lepší porovnání byly vytvořeny další grafy ve vodorovném řezu stěny. Napětí nad otvorem bylo určeno podle napětí na ploše stejné jako u stěny 12x12 dílů. Tato hodnota byla pojmenovaná jako hodnota průměrná. Přesnější hodnotou však bylo napětí nad otvorem z menší plochy. Všechna napětí jsou znázorněna v grafech.



Graf 5.2: Napětí σ_x stěn bez otvoru různých druhů sítě ve vodorovném řezu stěnou se zprůměrovanou hodnotou



Graf 5.3: Napětí σ_x stěn bez otvoru různých druhů sítě ve vodorovném řezu

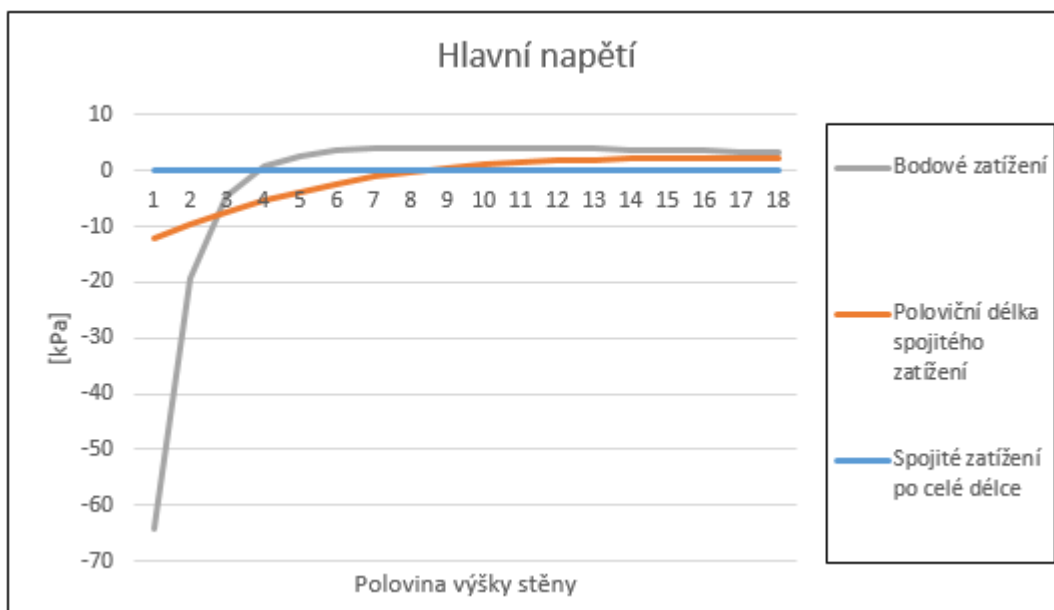
Doba výpočtu stěny se stupňuje s velikostí sítě. Výsledky porovnávání časové náročnosti výpočtu stěny lze vidět v grafu 5.4.



Graf 5.4: Závislost hustoty sítě stěny na časové náročnosti

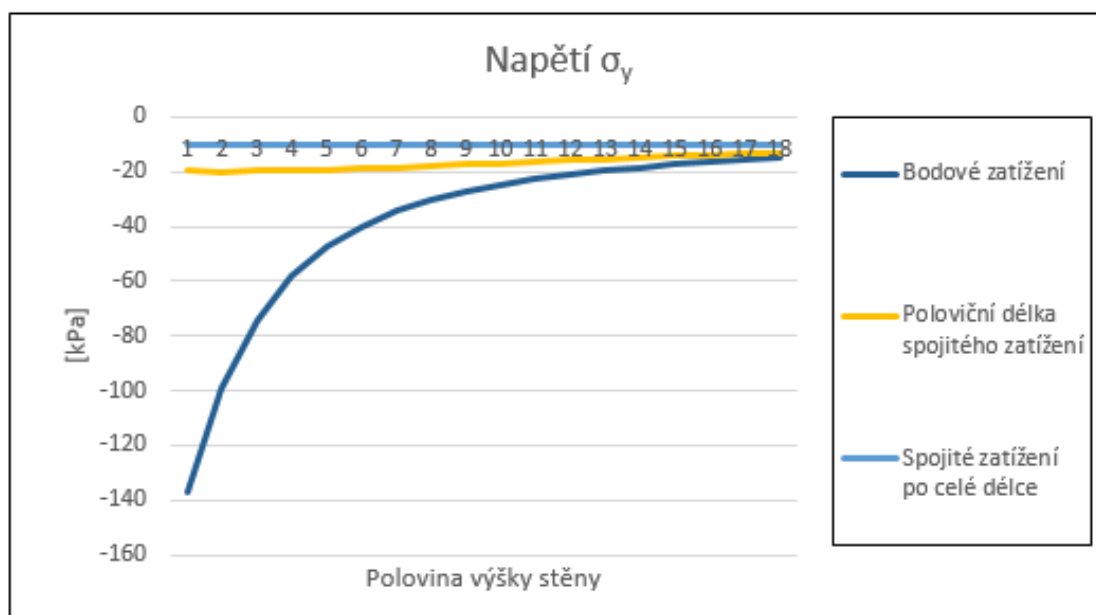
Čas výpočtu napětí s rostoucí hustotou sítě exponenciálně roste. Stěna rozdělena na 60 x 60 dílů je sice nejpřesnější, ale od stěny s hustotou sítě 36x36 se výsledné hodnoty napětí při výpočtu extrémně neliší. Rozdíl hlavního napětí těchto stěn nepřesáhl 5 % na celé výšce stěny a uprostřed tento rozdíl byl pouze 0,25%, což je pro potřeby výpočtu této práce více než dostačující. Navíc výpočet s větší hustotou sítě byl skoro čtyřikrát delší než u sítě 36x36. Proto byla pro porovnávání výpočtů zvolena stěna se střední hustotou sítě, a tedy již výše zmíněná stěna 36x36 dílů. Tato síť byla také zvolena při výpočtu napětí stěny s kruhovým a eliptickým otvorem v programu ANSYS.

Bylo porovnáno několik alternativ zatížení. Jednalo se o zatížení bodové, spojitě zatížení po celé délce stěny a zatížení spojitě o délce 5 m ve středu hrany stěny. Zatížení bodové i spojitě byla rozdělena tak, aby výsledná síla působící na stěnu byla 10 kN. Výsledné hodnoty napětí σ_x , σ_y do poloviny výšky stěny jsou znázorněny v grafech 5.5 a 5.6.



Graf 5.5: Napětí σ_x do poloviny výšky stěny bez otvoru

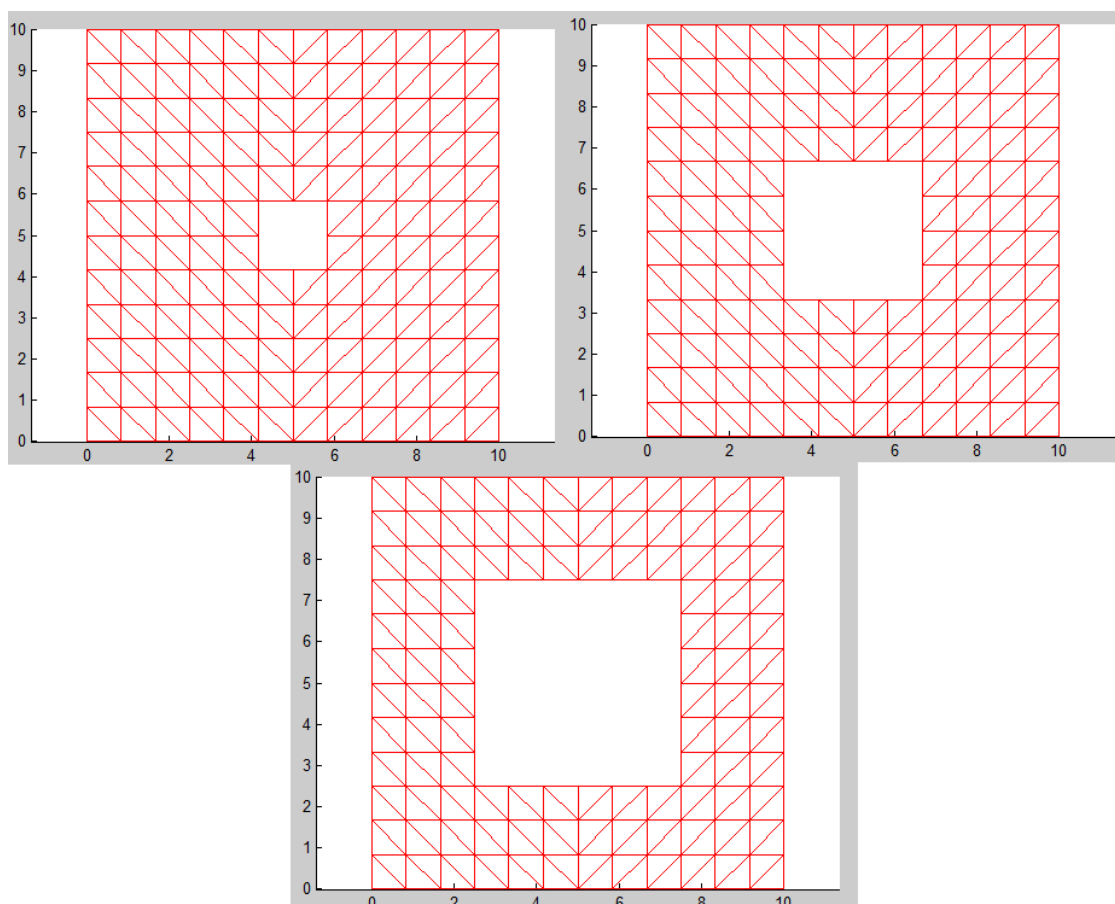
Největší hlavní napětí vzniká pod bodovou silou. Napětí přímo pod silou je teoreticky nekonečně velké, výpočetní programy tyto hodnoty zkreslují.



Graf 5.6: Napětí σ_y do poloviny výšky stěny bez otvoru

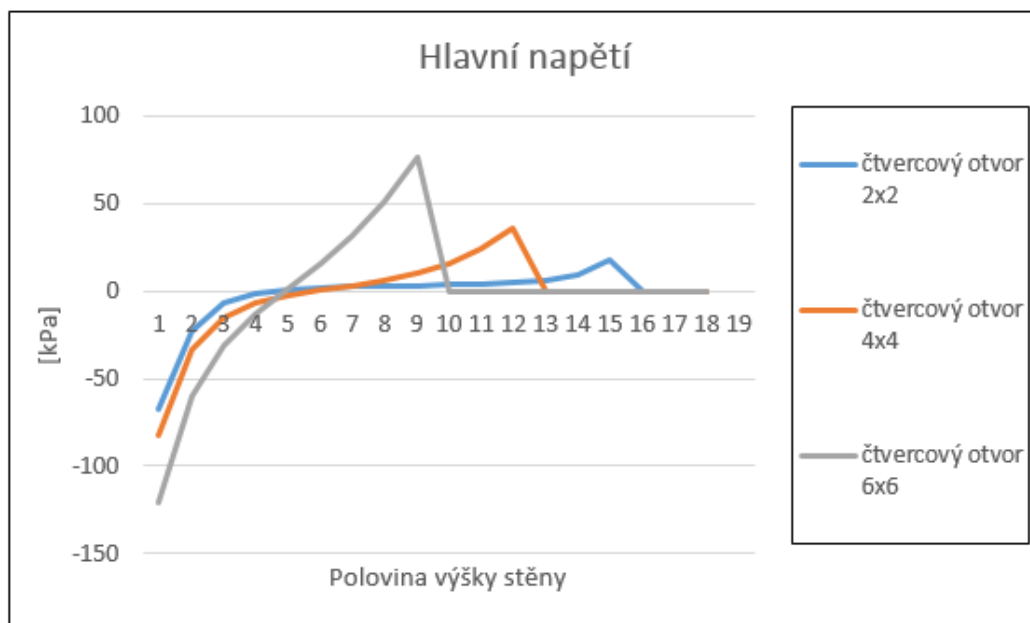
5.1 Stěna s čtvercovými otvory

Výpočet stěny s čtvercovými otvory byl proveden v programu Matlab. Čtvercové otvory byly vytvořeny uprostřed stěny. Poté byly výsledky porovnány s hodnotami z programu Scia Engineer. Všechny otvory byly pojmenovány podle toho, kolik plošek zaujímají při rozdělení na 12x12 prvků. Otvory jsou velikosti 2x2, 4x4 a 6x6 dílů. Tyto otvory jsou znázorněny na obrázku 5.6.



Obrázek 5.3: Velikost otvoru 2x2, 4x4 a 6x6

Hlavní napětí ve stěnách s otvory byla porovnána v jednom grafu (*Graf 5.7*). Poté byla zjišťována jejich závislost.



Graf 5.7: Hlavní napětí u stěn s čtvercovými otvory bodově zatížené stěny

V tabulce 5.1 je uvedeno srovnání hodnot napětí nad otvorem. Tyto hodnoty jsou vidět také v grafu 5.8.

	2x2	4x4	6x6
Napětí σ_x [kPa]	17,913	36,513	76,560
2x2	-	2,038	4,274
4x4	-	-	2,097

Tabulka 5.1: Vzájemné spolupůsobení napětí nad čtvercovým otvorem



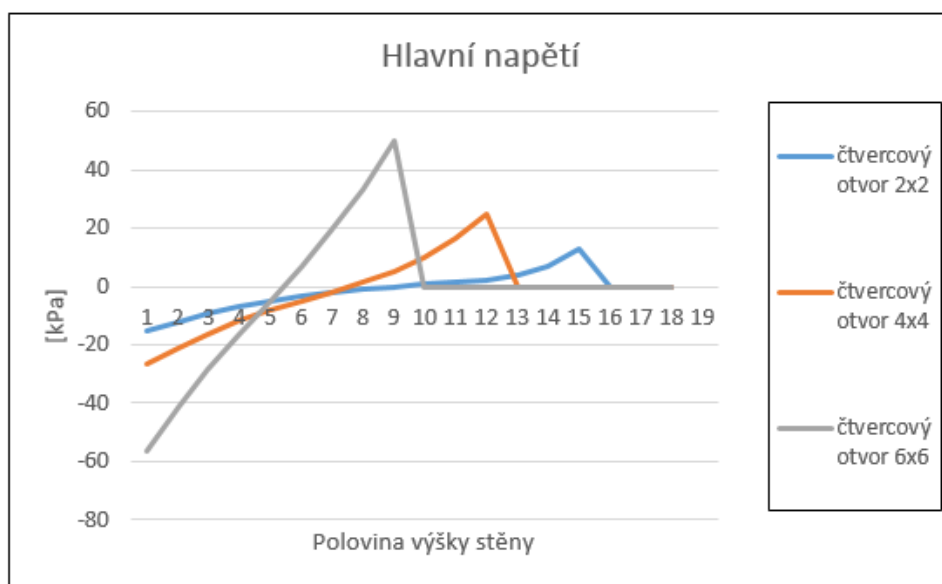
Graf 5.8: Závislost velikosti hlavního napětí nad čtvercovým otvorem na velikosti otvoru

Bylo zjištěno, že hodnota hlavního napětí nad otvorem odpovídá přibližně dvojnásobku hodnoty napětí nad otvorem otvoru většího. Proto je možné navrhnout rovnice:

$$\sigma_{x_{nadotvorem,4x4}} = 2 \cdot \sigma_{x_{nadotvorem,2x2}}$$

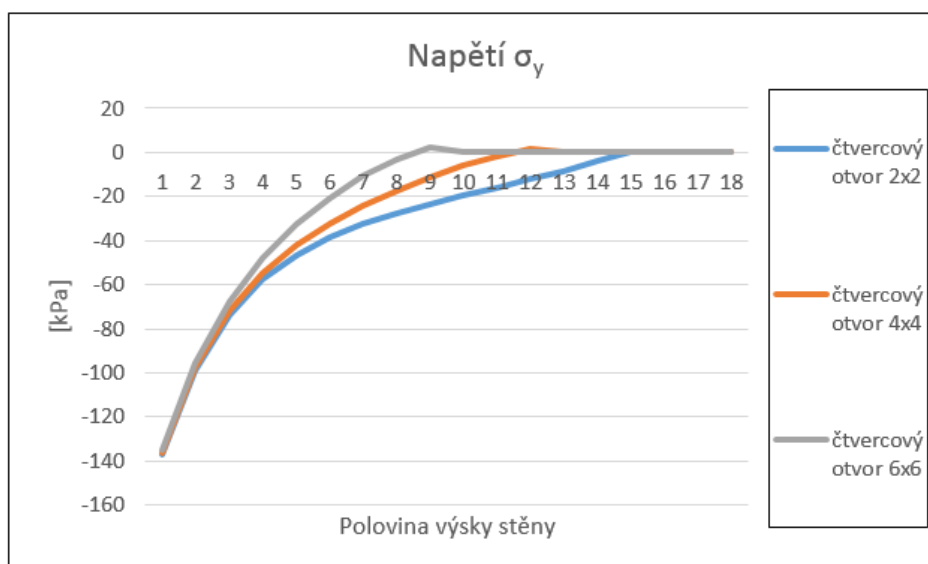
$$\sigma_{x_{nadotvorem,6x6}} = 2 \cdot \sigma_{x_{nadotvorem,4x4}}$$

Tyto vzorce platí pouze do určité vzdálenosti od otvoru, v tomto případě je to vzdálenost jednoho dílku, neboli třech dílků stěny rozdělené na 36x36 dílů. Zároveň rovnice platí také pro spojitě zatížení. Tvar hlavního napětí spojitě zatížené stěny se shoduje s bodovým zatížením, hodnota je však pro spojitě zatížení menší (Graf 5.9).



Graf 5.9: Hlavní napětí spojitěho zatížení stěny se čtvercovými otvory

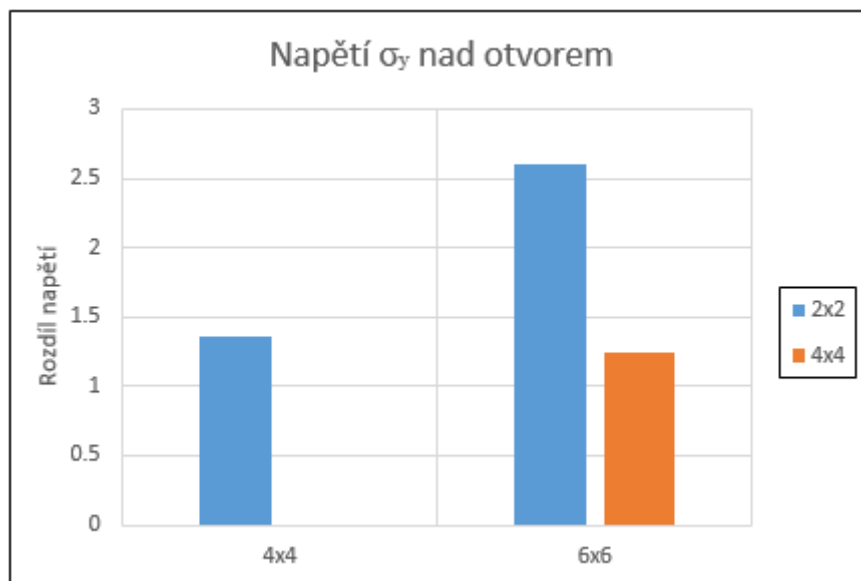
Napětí σ_y u stěny bodově zatížené jsme porovnali stejně jako napětí σ_x . Ze získaných hodnot byly vytvořeny rovnice.



Graf 5.10: Napětí σ_y bodově zatížených stěn s čtvercovými otvory

	2x2	4x4	6x6
Napětí σ_y [kPa]	0,001	1,366	2,605
2x2	-	1,365	2,604
4x4	-	-	1,239

Tabulka 5.2: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_y nad čtvercovým otvorem



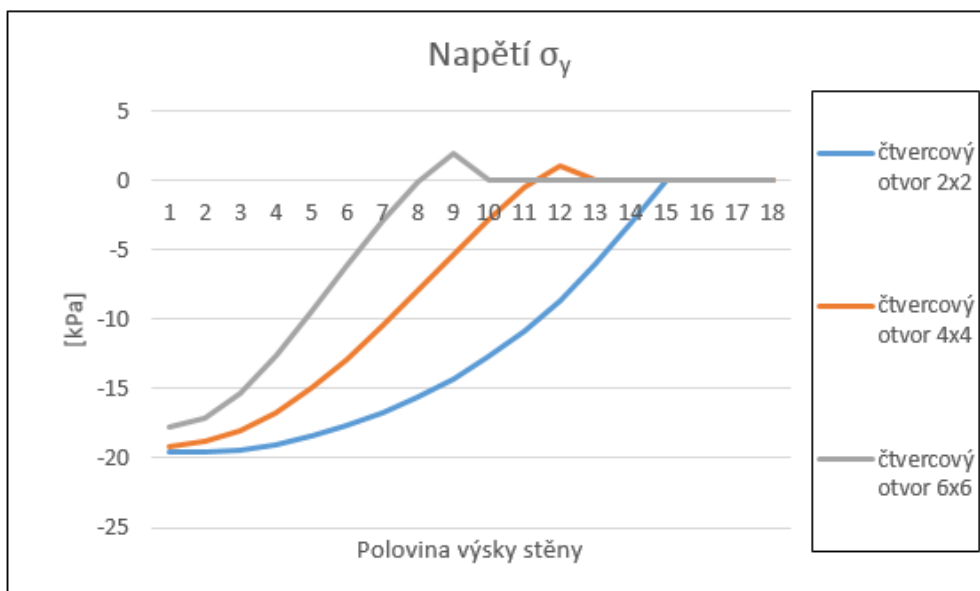
Graf 5.11: Závislost různých velikostí otvorů bodového zatížení na velikost napětí σ_y ve svislém řezu

Z tabulky 5.2, ale také grafu 5.11 lze vyčíst závislost velikosti napětí σ_y nad otvorem různých čtvercových otvorů. Tyto hodnoty byly zprůměrovány a zaokrouhleny a poté byly jejich pomocí vytvořeny rovnice závislosti – viz níže.

$$\sigma_{y_{nadotvorem,4x4}} = 1,3 + \sigma_{y_{nadotvorem,2x2}}$$

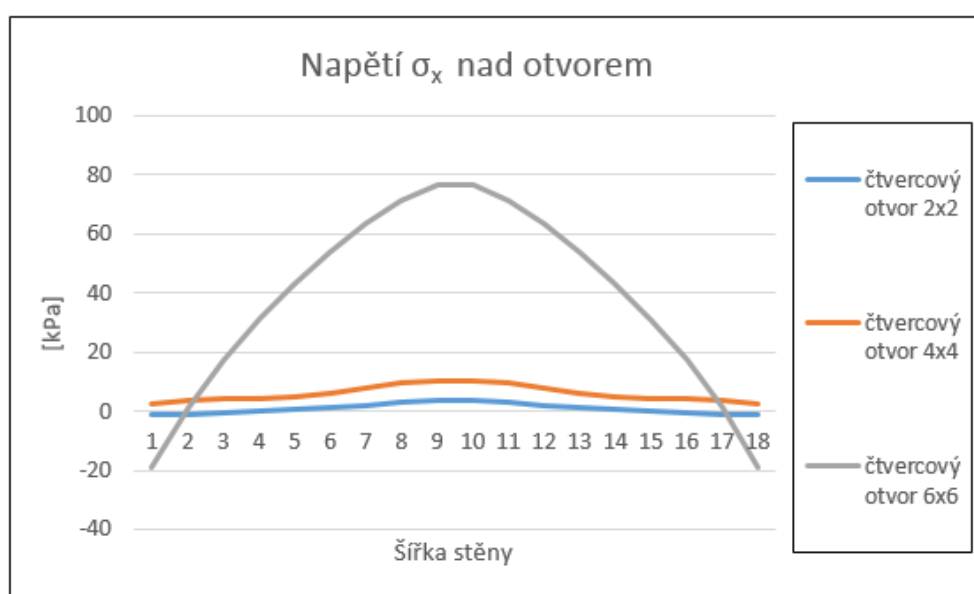
$$\sigma_{y_{nadotvorem,6x6}} = 1,3 + \sigma_{y_{nadotvorem,4x4}}$$

Tyto rovnice jsou platné pouze pro bod přímo nad otvorem a stejně jako získané rovnice hodnoty σ_x jsou platné také pro napětí způsobené spojitým zatížením (Graf 5.12).

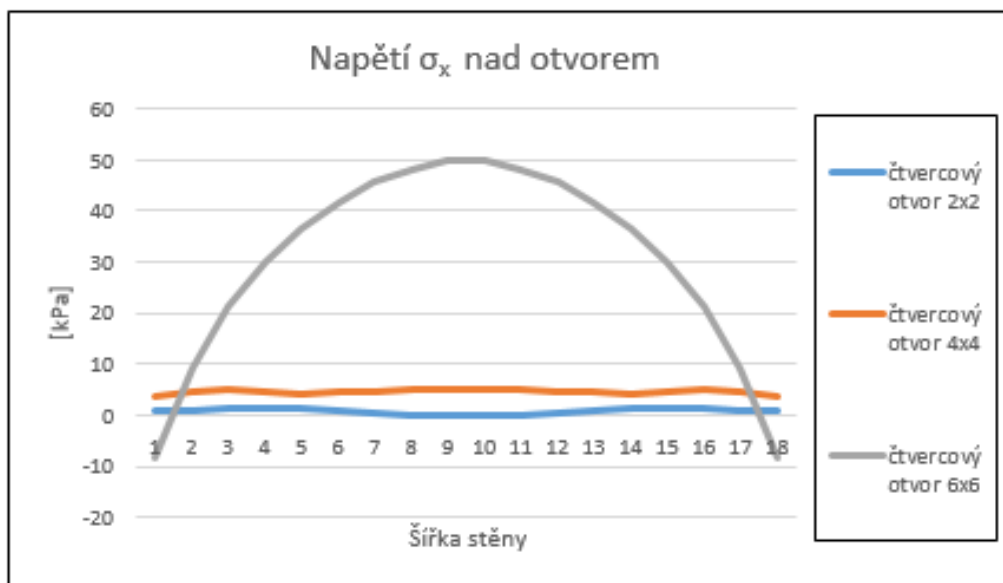


Graf 5.12: Napětí σ_y u stěn s čtvercovými otvory způsobené spojitým zatížením

Velikost napětí byla zjištěna také ve vodorovném řezu. Na následujících grafech je možné vidět, jak se hodnoty napětí upraví při změně druhu zatížení.

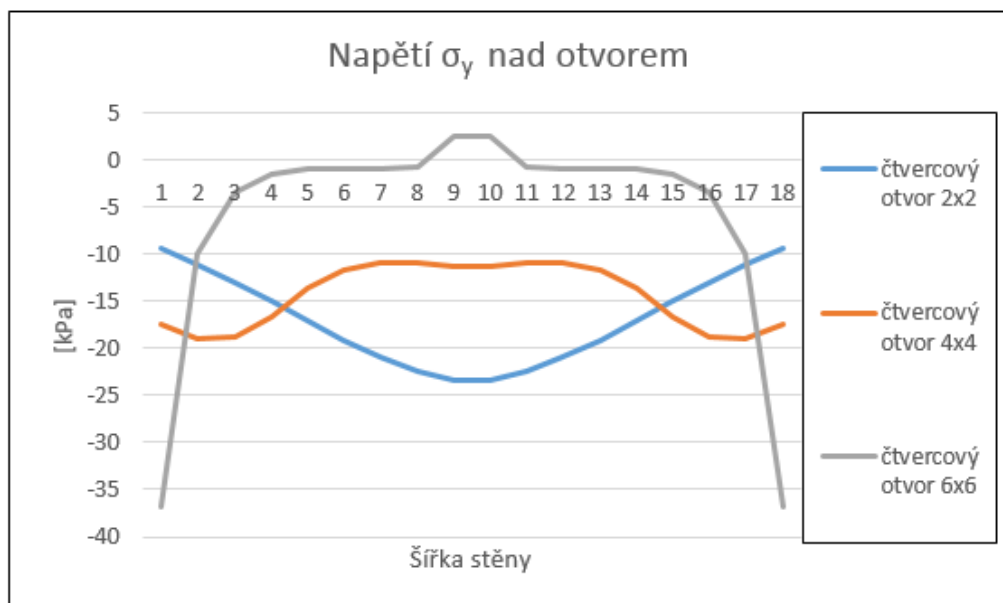


Graf 5.13: Napětí σ_x stěny se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením

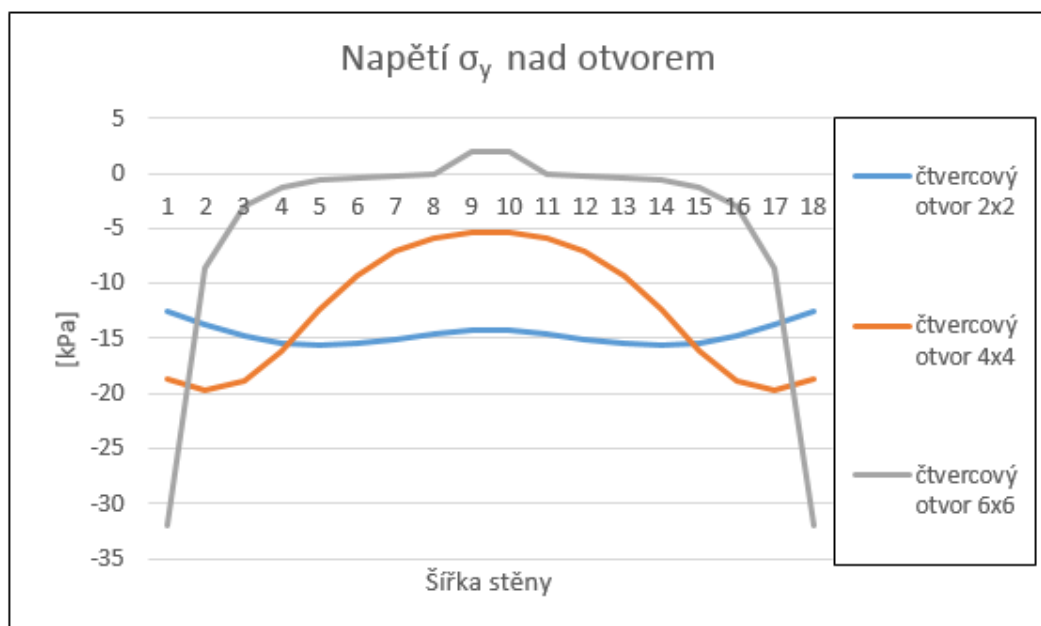


Graf 5.14: *Napětí σ_x stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu od spojitého zatížení*

Na čtvercovém otvoru velikosti 6x6 napětí σ_x je vidět, že křivka je oblejší. To je způsobeno právě spojitým zatížením. Čím bude délka spojitého zatížení menší, tím se jeho příkrost bude zvětšovat.

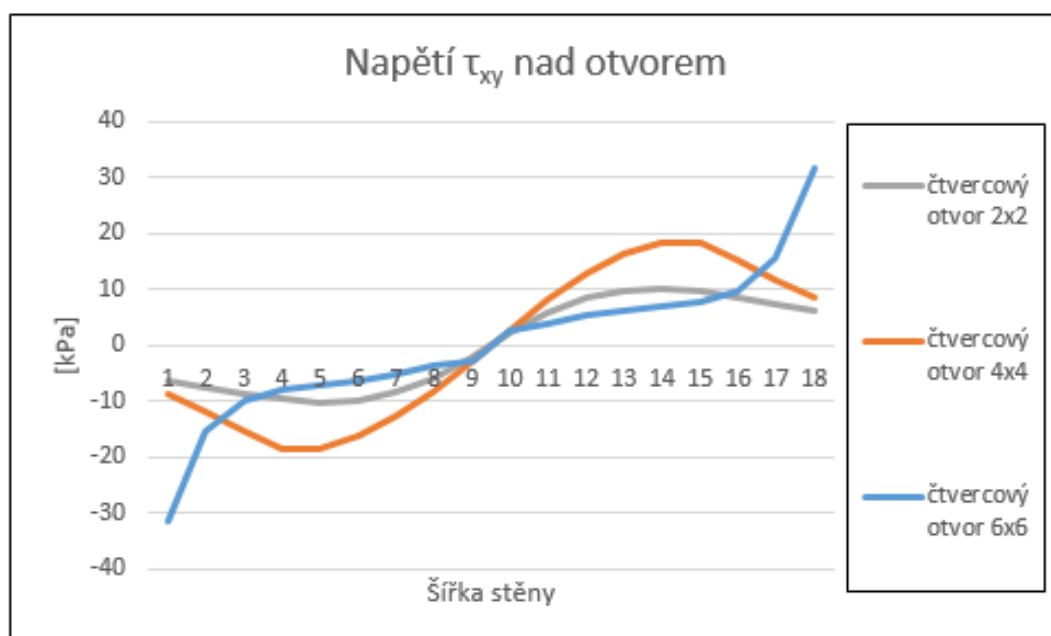


Graf 5.15: *Napětí σ_y stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením*

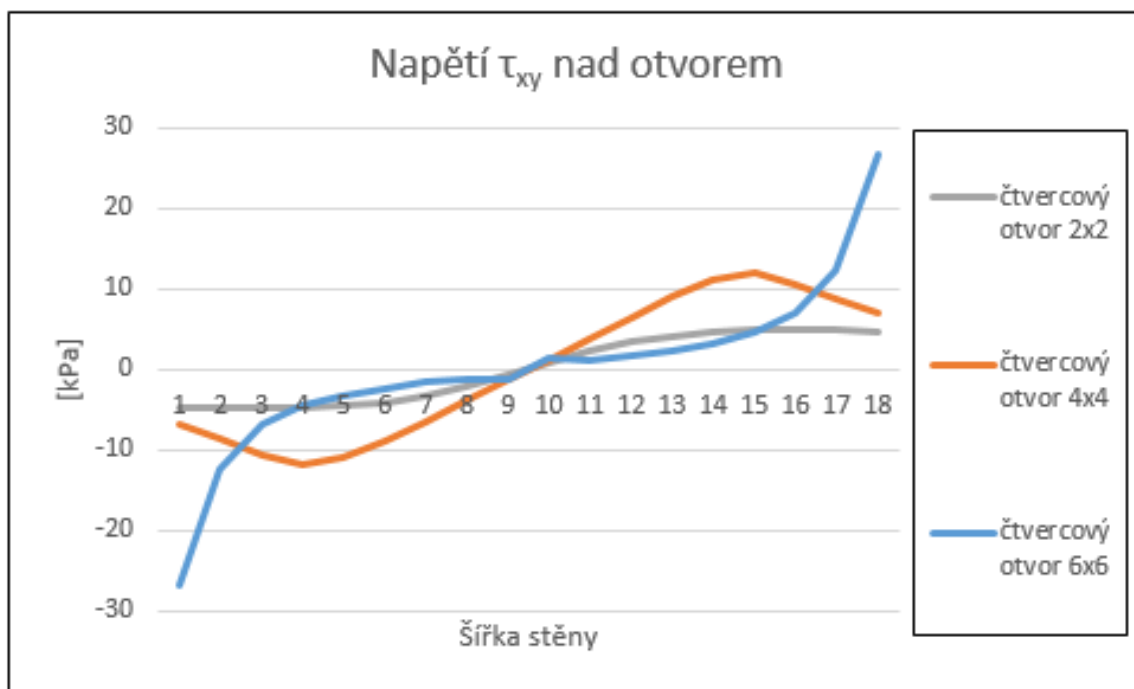


Graf 5.16: *Napětí σ_y stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené spojitým zatížením*

Na předchozích grafech napětí σ_y byl viděn rozdíl mezi spojitým a bodovým zatížením tohoto typu napětí.



Graf 5.17: *Napětí τ_{xy} stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením*

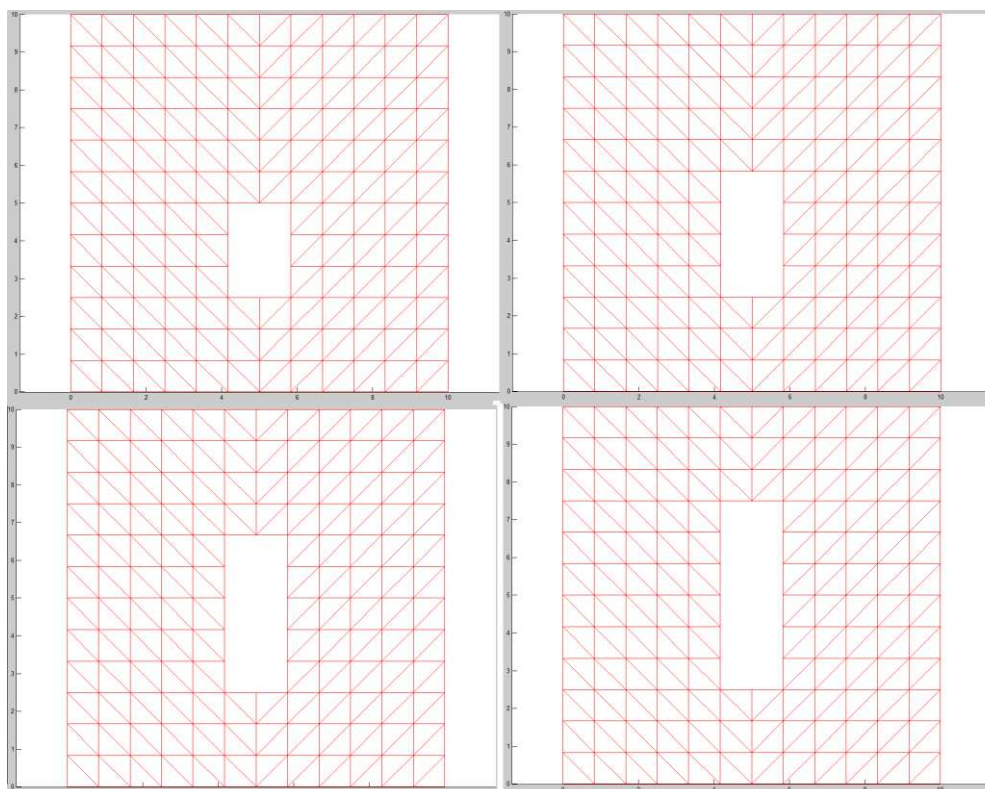


Graf 5.18: *Napětí τ_{xy} stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené spojitým zatížením*

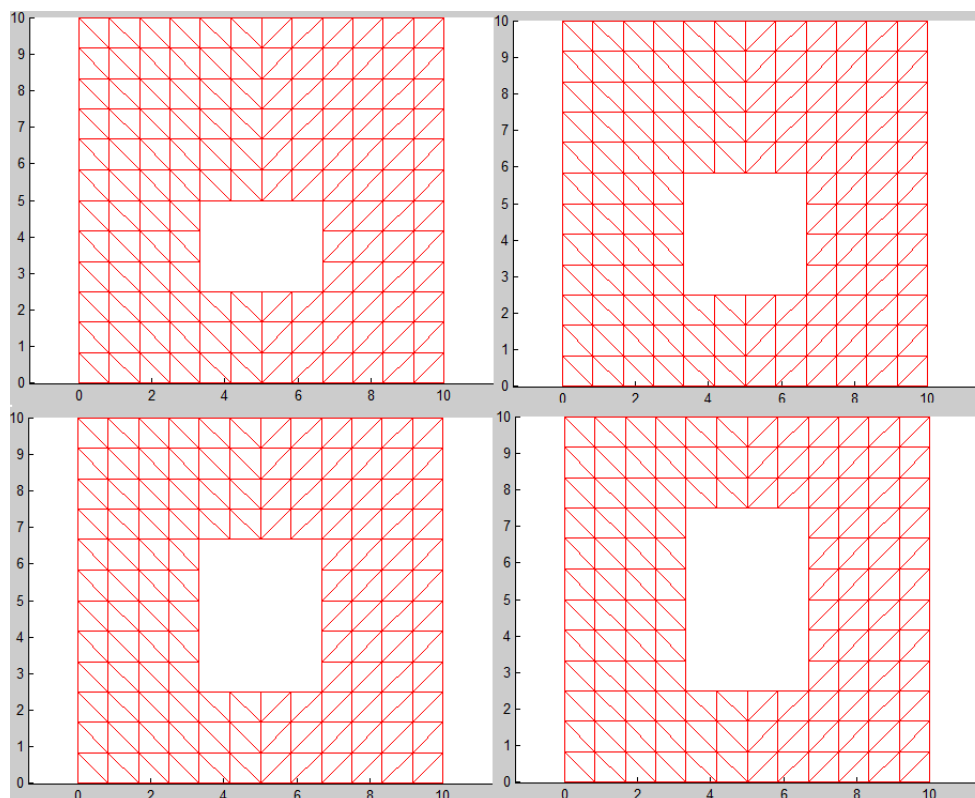
Hodnota napětí τ_{xy} byla ve vodorovném řezu uprostřed stěny nulová. Toto zjištění bylo pouze kontrolou správnosti výpočtu. Ve vodorovném řezu je křivka napětí τ_{xy} spojitého zatížení stejná jako pro napětí u stěny s bodovým zatížením, pouze s rozdílem velikosti.

5.2 Stěna s obdélníkovými otvory

U obdélníkových otvorů bylo postupováno stejným způsobem jako u otvorů čtvercových. Otvory byly velikosti 2x3, 2x4, 2x5, 2x6, 4x3, 4x4, 4x5 a 4x6 dílů. Tyto otvory můžete vidět na obrázku 5.4 a 5.5.

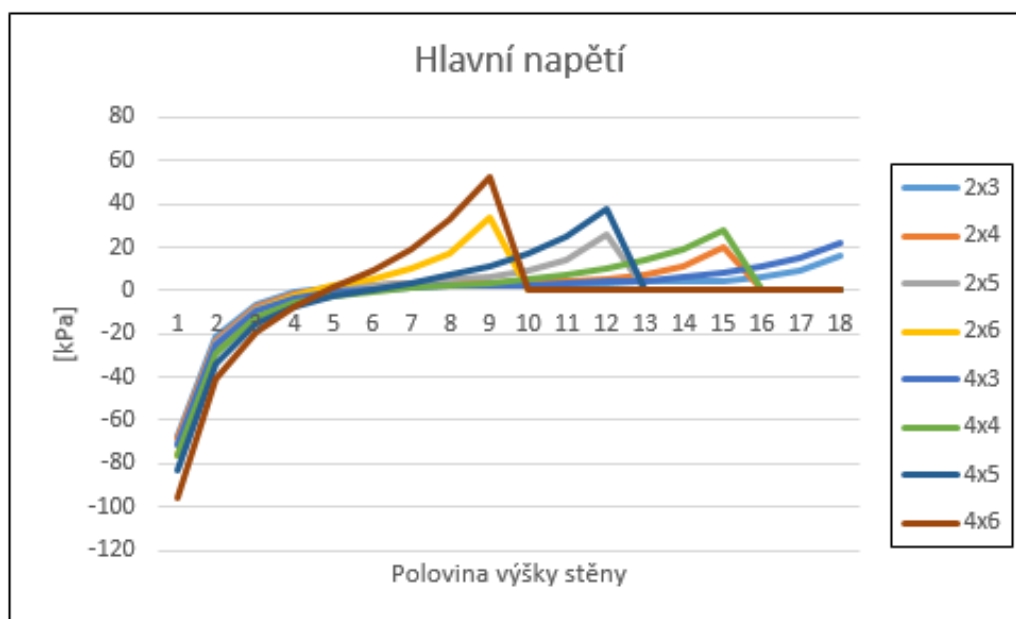


Obrázek 5.4: Otvory 2x3, 2x4, 2x5 a 2x6



Obrázek 5.5: Otvory 4x3, 4x4, 4x5 a 4x6

Hlavní napětí ve stěnách s obdélníkovými otvory byla porovnána v jednom grafu (Graf 5.19), poté byla zjištěna jejich závislost. Šířka otvoru ovlivňuje napětí vzniklé bodovou silou jen velmi málo, dá se říct, že ovlivňuje pouze velikost napětí v několika málo plochách nad otvorem.



Graf 5.19: Hlavní napětí stěn s obdélníkovými otvory, bodové zatížení

V tabulkách 5.3 a 5.4 můžeme vidět vzájemnou závislost stěn s obdélníkovými otvory. Nejdříve byly posouzeny stěny s menšími obdélníkovými otvory a poté stěny s otvory většími.

	2x3	2x4	2x5	2x6
Napětí σ_x [kPa]	15,936	20,103	25,660	33,795
2x3	-	1,261	1,610	2,121
2x4	-		1,276	1,681
2x5	-	-		1,317

Tabulka 5.3: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_x nad menšími obdélníkovými otvory

	4x3	4x4	4x5	4x6
Napětí σ_x [kPa]	21,716	28,140	37,574	52,869
4x3	-	1,296	1,730	2,435
4x4	-	-	1,335	1,879
4x5	-	-	-	1,407

Tabulka 5.4: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_x nad větším obdélníkovým otvorem

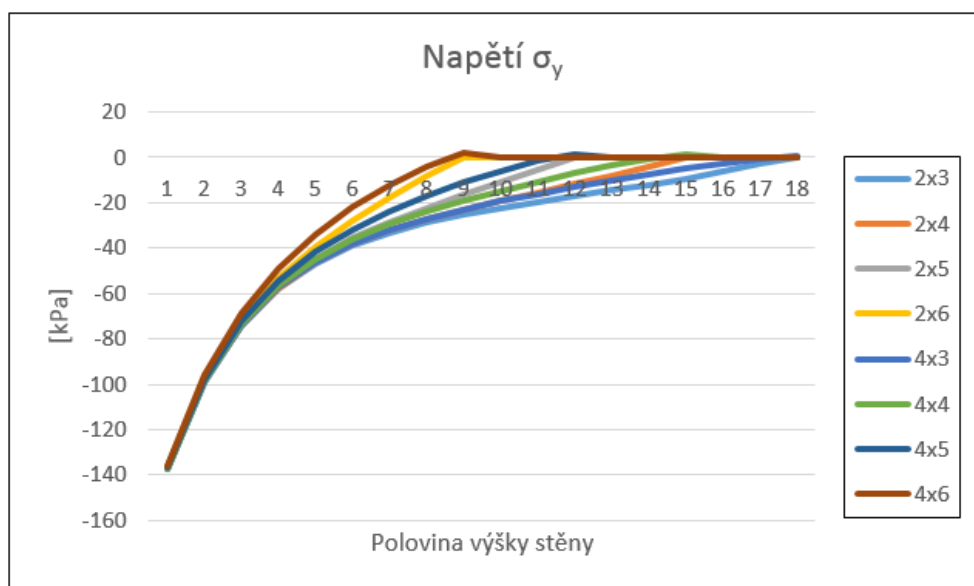
Bylo zjištěno, že hodnota hlavního napětí nad obdélníkovým otvorem se pohybuje kolem hodnoty 1,3 násobku předešlého otvoru. To znamená, že velikost napětí nad otvorem velikosti 4x4 je 1,3 krát větší než napětí nad otvorem 4x3. Je možné navrhnout rovnice:

$$\sigma_{x_{nadotvorem,4x4}} = 1,3 \cdot \sigma_{x_{nadotvorem,4x3}}$$

$$\sigma_{x_{nadotvorem,2x4}} = 1,3 \cdot \sigma_{x_{nadotvorem,2x3}}$$

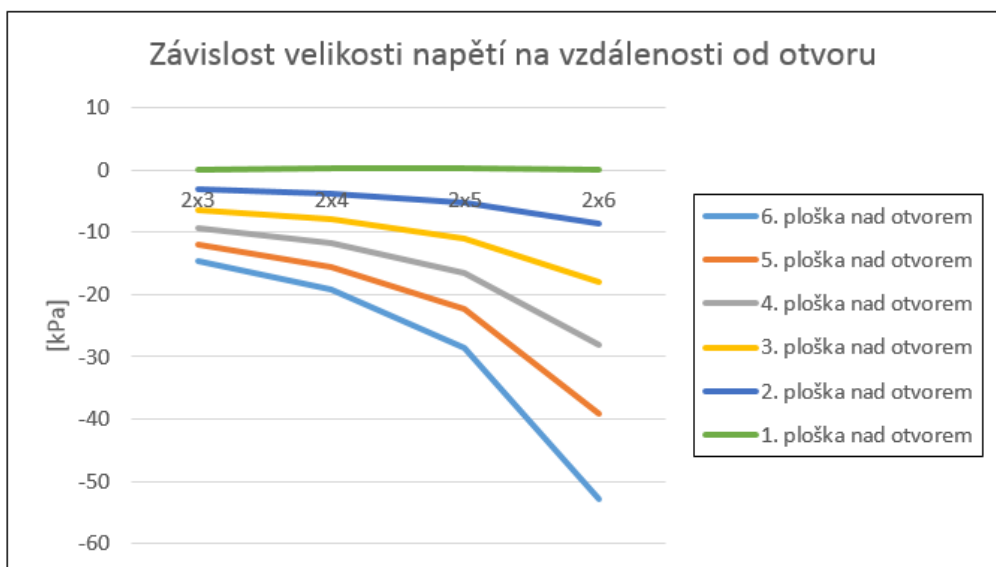
Tyto vzorce platí pouze do určité vzdálenosti od otvoru. Násobek se postupně zmenšuje a ve vzdálenosti čtyř až pěti dílků stěny rozdělené na 36x36 dílků jsou hodnoty téměř totožné. Ovšem u stěny s otvorem 4x6 a 2x6 jsou hodnoty odlišné, je to způsobeno ovlivněním napětí přímo pod bodovou silou, které má být teoreticky nekonečné.

Na napětí σ_y ve svislém řezu, které je znázorněno na grafu 5.20, lze vidět, že šířka napětí nemá na velikost napětí téměř žádný vliv a velikosti napětí nad otvorem jsou totožná.



Graf 5.20: Napětím σ_y ve stěně s obdélníkovými otvory způsobené bodovým zatížením

V dalším grafu (Graf 5.21) byly hodnoty napětí u obdélníkových otvorů porovnávány z hlediska vzdálenosti od otvorů.



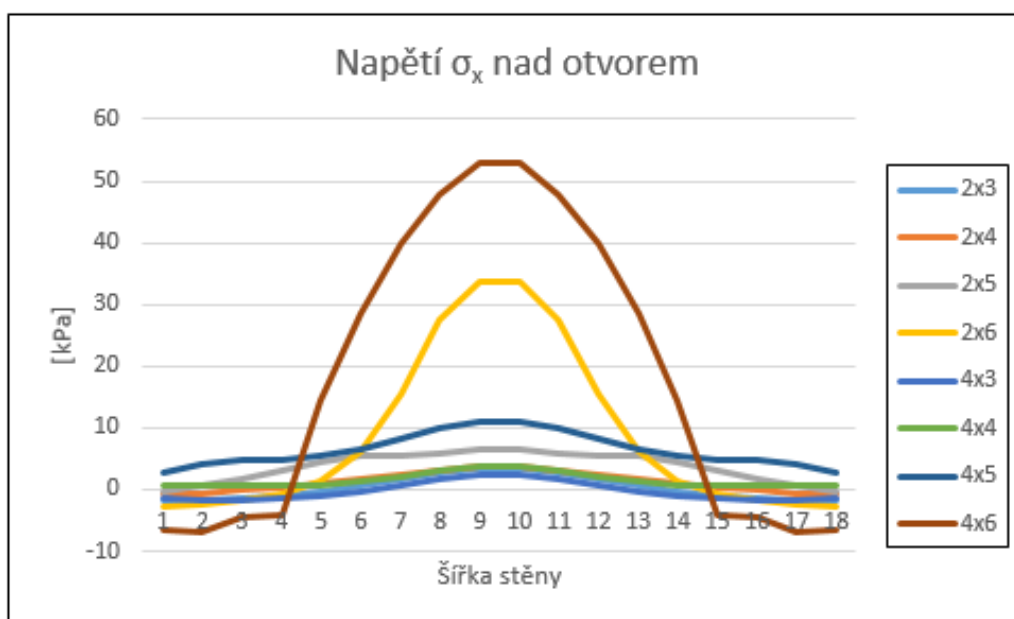
Graf 5.21: Závislost velikosti napětí na vzdálenosti od obdélníkových

V první ploše počítané nad otvorem byly hodnoty napětí v tomto místě pro různé otvory téměř stejné, a proto tvořily rovnou přímku. V dalších plochách, tedy ve větších vzdálenostech,

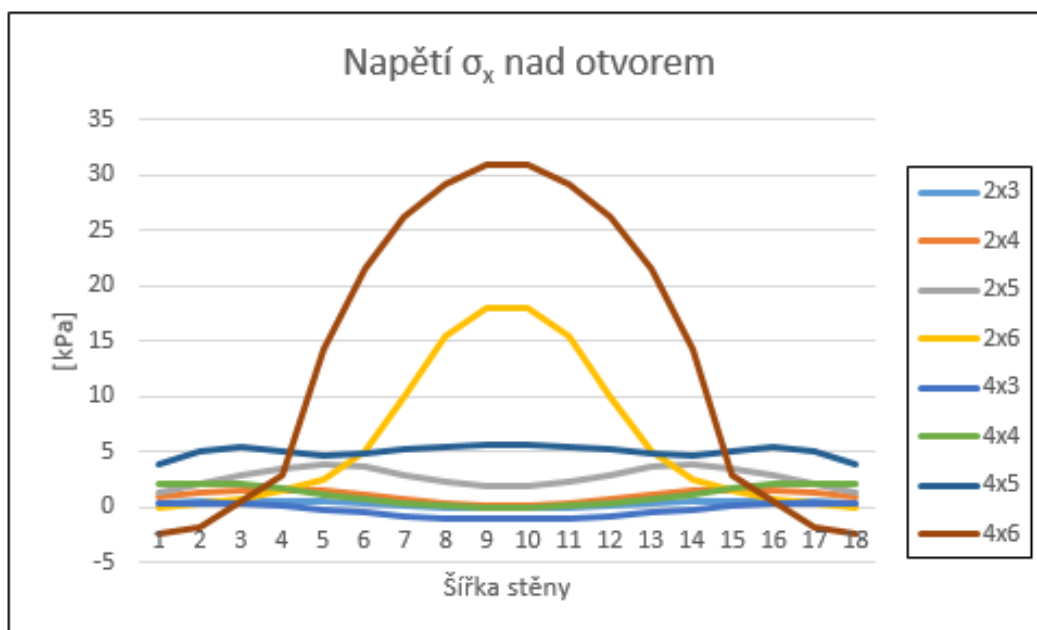
se hodnoty napětí už lišily. Lze tedy říci, že s rostoucí vzdáleností od otvoru bude společná křivka napětí strměji klesat.

Tvary vypočítaných křivek platí stejně pro napětí způsobené otvory 4x3, 4x4, 4x5 a 4x6 a také pro jejich spojitě zatížení pouze s odlišností velikosti napětí.

Stejně jako u čtvercových otvorů je na vodorovných řezech vidět rozdíly mezi spojitým a bodovým zatížením.

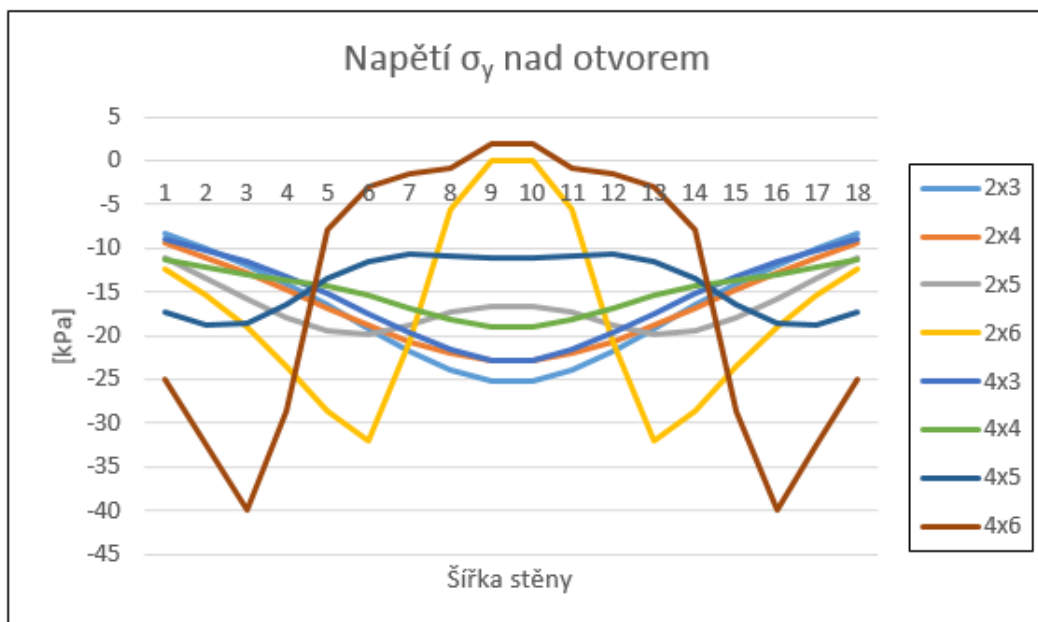


Graf 5.22: *Napětí σ_x stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení*

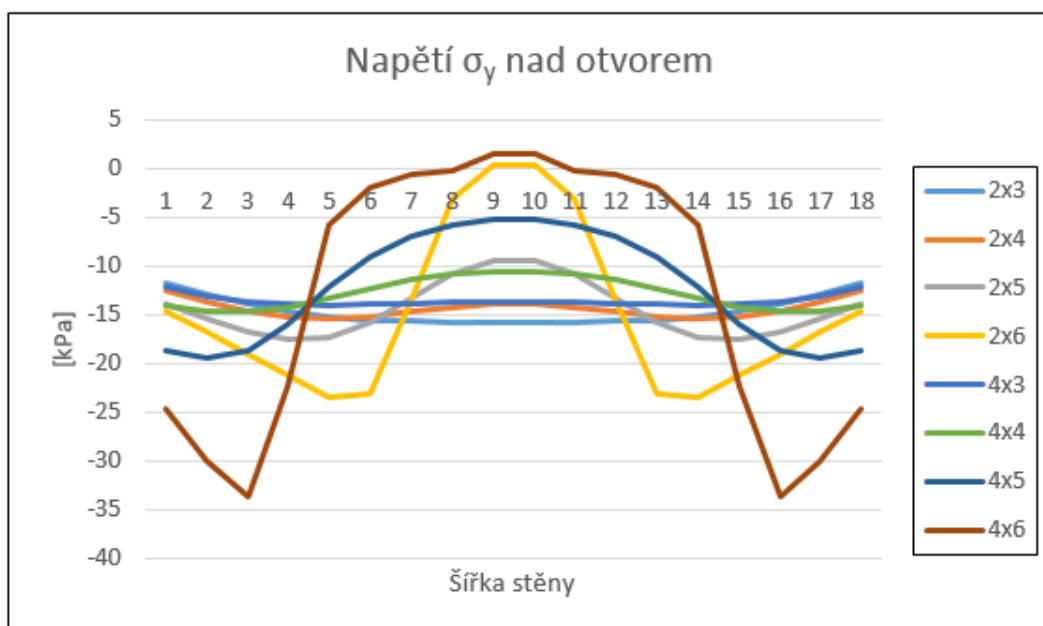


Graf 5.23: *Napětí σ_x stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojitě zatížení*

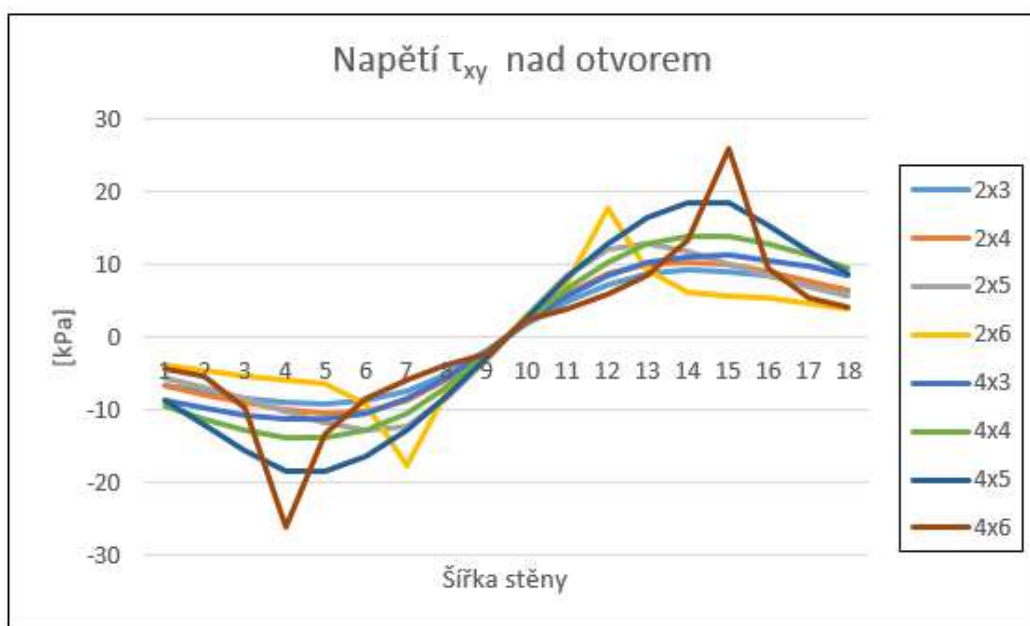
Napětí σ_x ve vodorovném řezu způsobené spojitým zatížením je křivka, která bude tím oblejší, čím větší bude délka spojitého zatížení. Se zmenšujícím se spojitým zatížením se bude příkrost křivky zvětšovat.



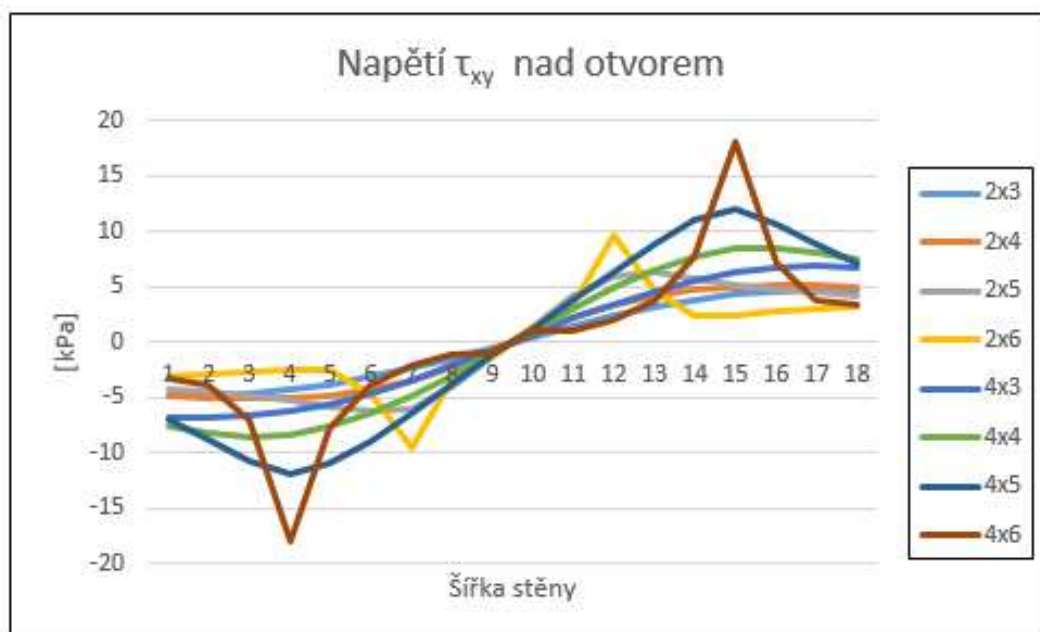
Graf 5.24: Napětí σ_y stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení



Graf 5.25: Napětí σ_y stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojité zatížení



Graf 5.26: *Napětí τ_{xy} stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení*

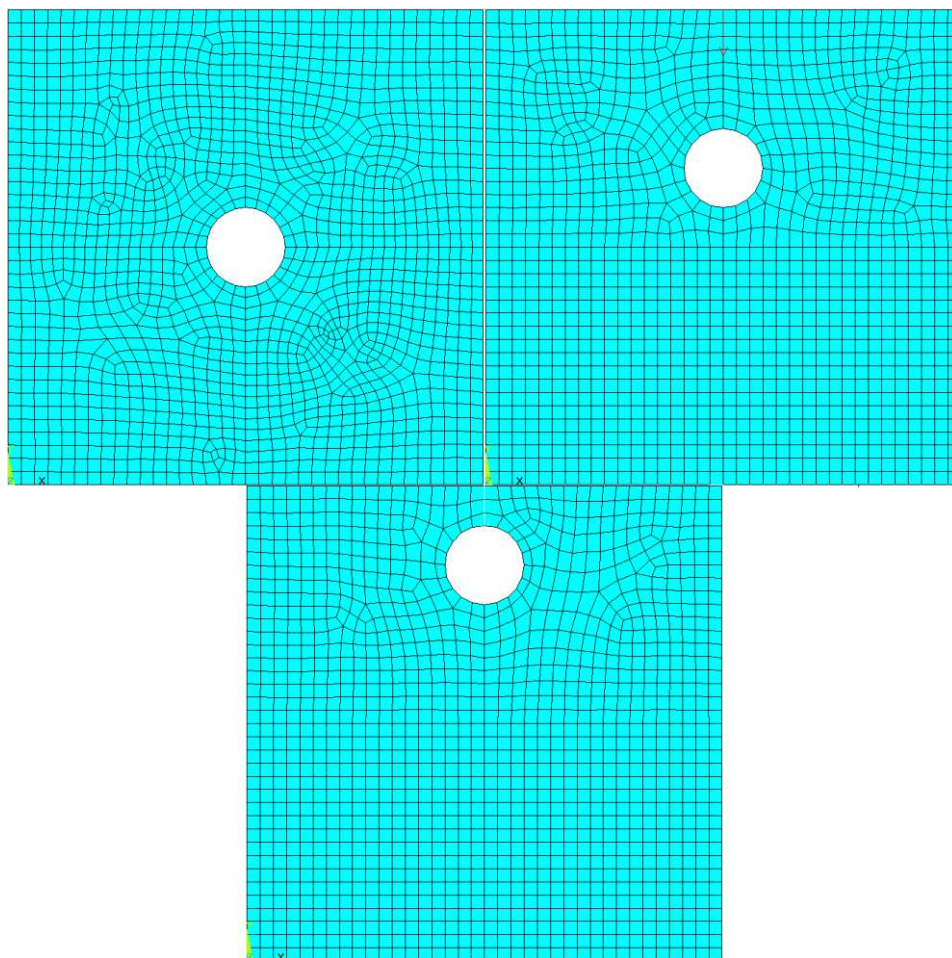


Graf 5.27: *Napětí τ_{xy} stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojitě zatížení*

Kontrolu správnosti výpočtu je zjištění, že hodnota napětí τ_{xy} uprostřed vodorovného řezu je nulová. Tvary křivek napětí τ_{xy} jsou stejné pro spojitě i bodové zatížení.

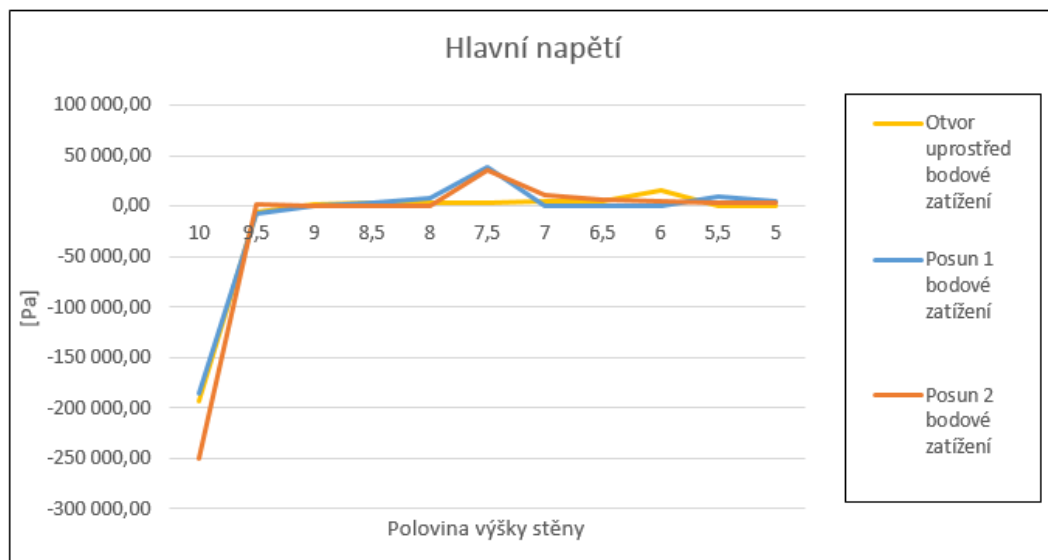
5.3 Stěna s kruhovými otvory

Dalším druhem otvorů, které byly vytvořeny do stěny, jsou otvory kruhové. Výpočty napětí byly provedeny v programu ANSYS. Velikost otvorů byla o průměru dvou dílků, tedy 1,667 m. Na obrázku 5.6 je možno vidět nejen posunutí otvorů, ale také velikost dílků. Při ručním zadání sítě byla výsledná napětí velmi zkreslená, proto byl počet dílků zadán pouze na hranách stěny a zbylé velikosti byly programem dopočítány automaticky.

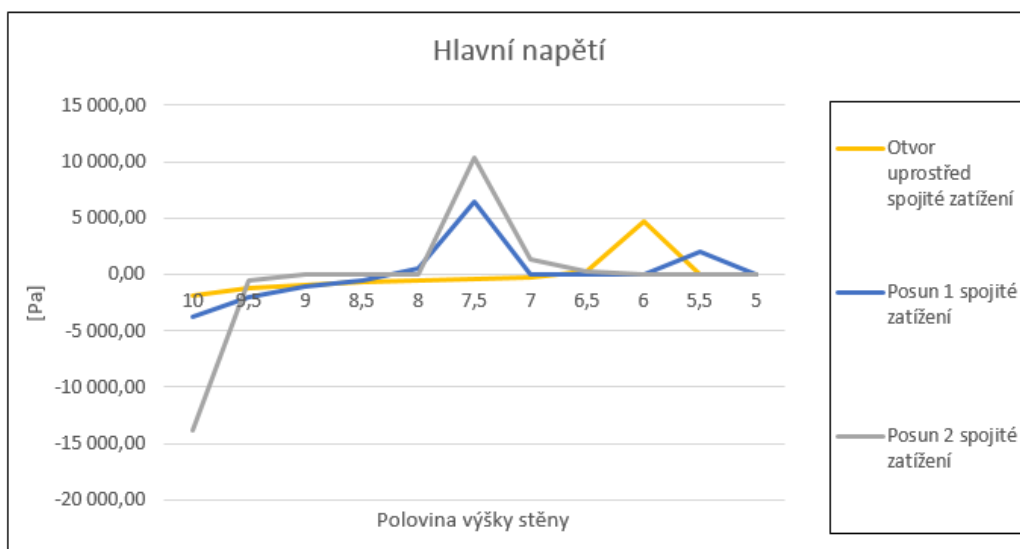


Obrázek 5.6: Kruhové otvory ve stěně a síť vytvořená programem ANSYS

Hlavní napětí ve stěnách s kruhovými otvory byla porovnána v jednom grafu (Graf 5.28). Napětí se lišila pouze v místech, kde se nacházely otvory.



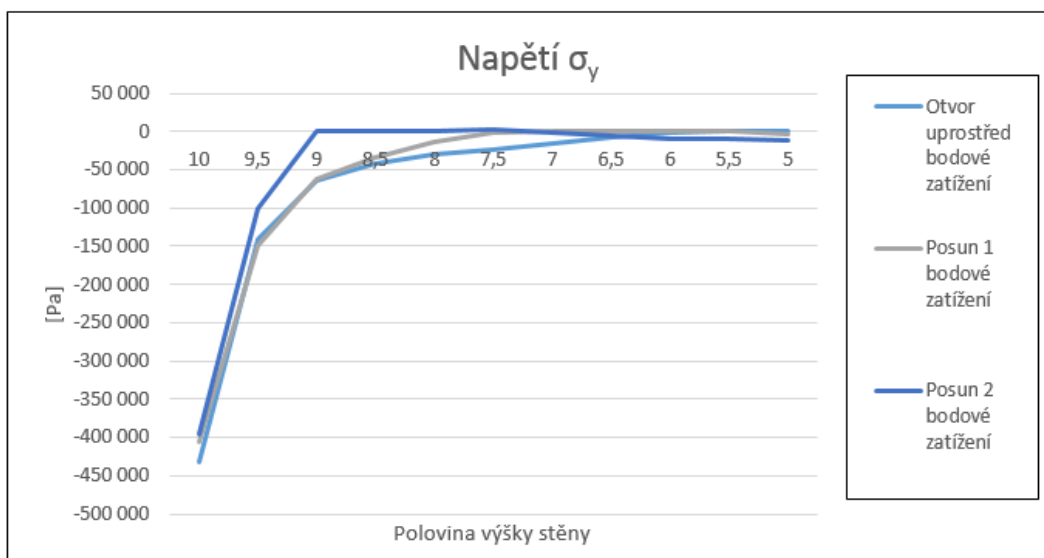
Graf 5.28: Hlavní napětí stěn s kruhovými otvory způsobené bodovým zatížením



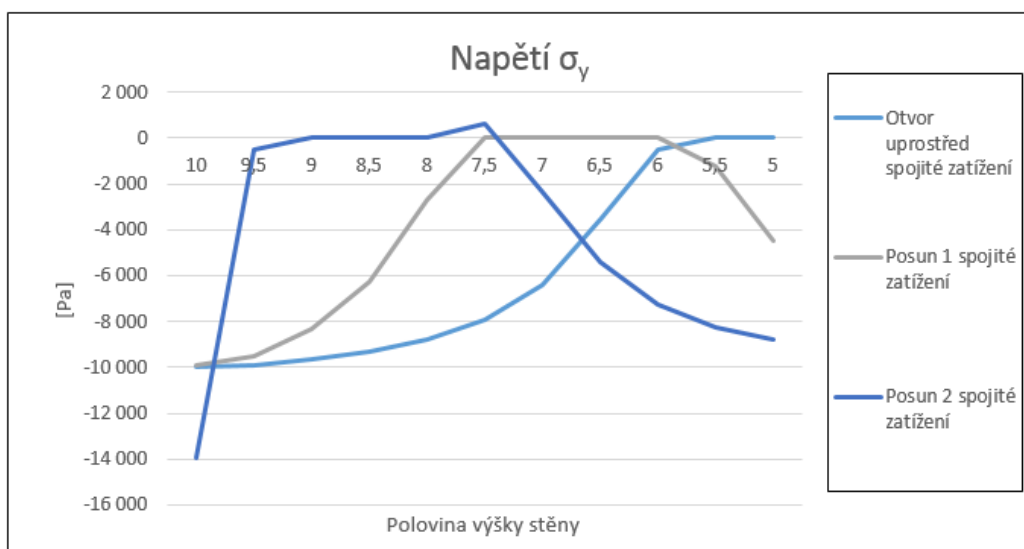
Graf 5.29: Hlavní napětí stěn s kruhovými otvory způsobené spojitým zatížením

Na předešlých grafech (5.28, 5.29) lze vidět, že rozdíly způsobené druhem zatížení, vyvolaly rozdíl pouze v jejich velikosti. Například napětí u otvoru uprostřed spojitě zatíženého je 3,4 krát menší než napětí vzniklé zatížením bodovým.

Tento rozdíl mezi bodovým a spojitým zatížením byl také sledován u napětí σ_y . V grafech 5.30 a 5.31 je rozdíl markantní. Je to způsobeno tím, že na prvním z těchto grafů zatížení působilo pouze bodově, a to v rovině řezu. Na dalším grafu zatížení působilo spojitě po celé délce stěny a ovlivnilo tudíž jiná místa, která zapříčinila tvar křivek.



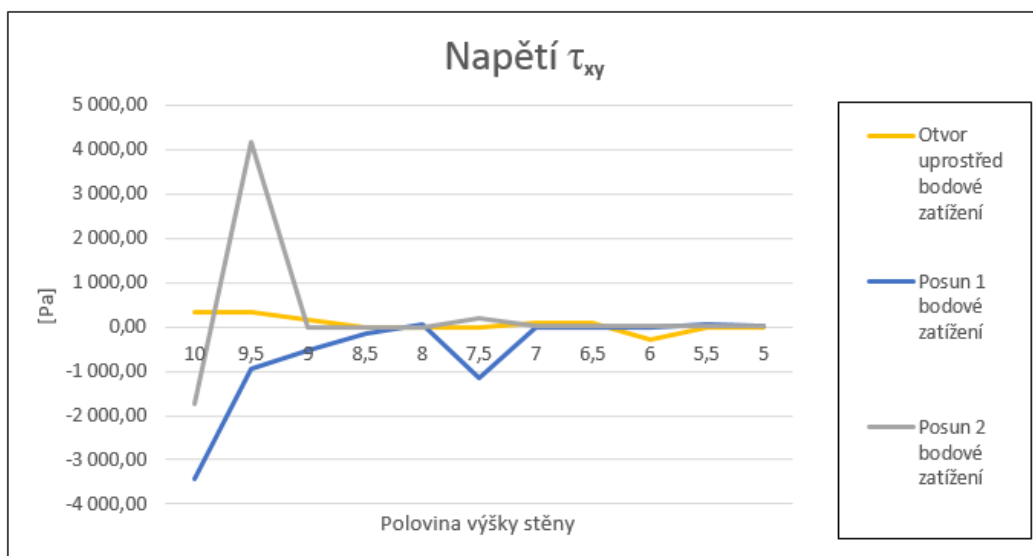
Graf 5.30: Napětí σ_y ve stěně s kruhovými otvory způsobené bodovým zatížením



Graf 5.31: : Napětí σ_y ve stěně s kruhovými otvory způsobené spojitým zatížením

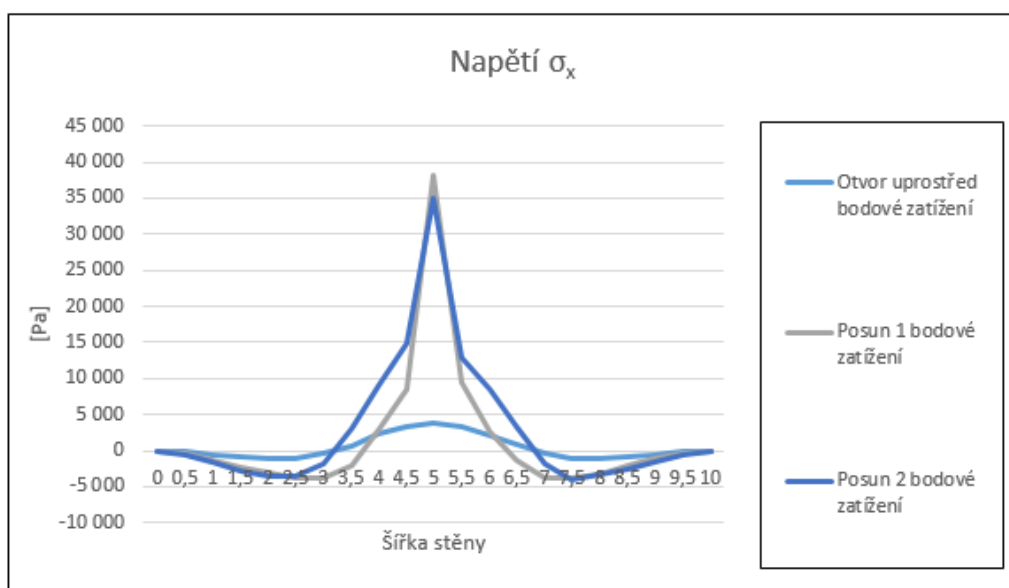
Napětí τ_{xy} by ve svislém řezu mělo být nulové. Vzhledem k tomu, že program ANSYS vytvořil síť, která nebyla symetrická, a plošky nebyly stejně velké, byly tyto hodnoty napětí

zkresleny. Velikost napětí, kterou program vykresluje, byla velmi malá, a proto zanedbatelná (Graf 5.32).

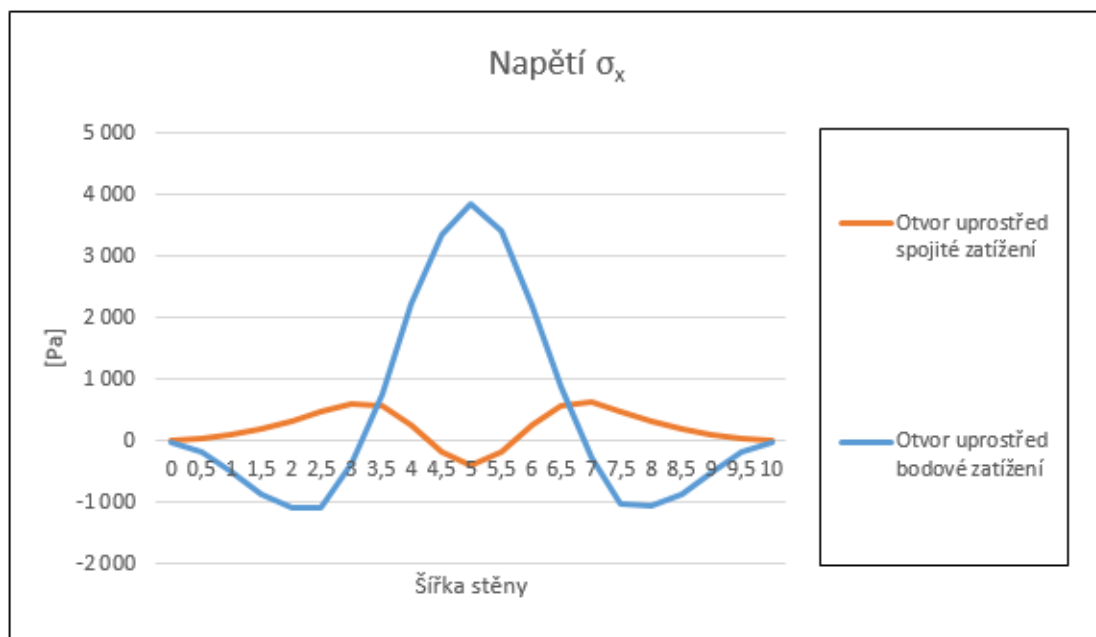


Graf 5.32: Napětí τ_{xy} ve stěně s kruhovými otvory

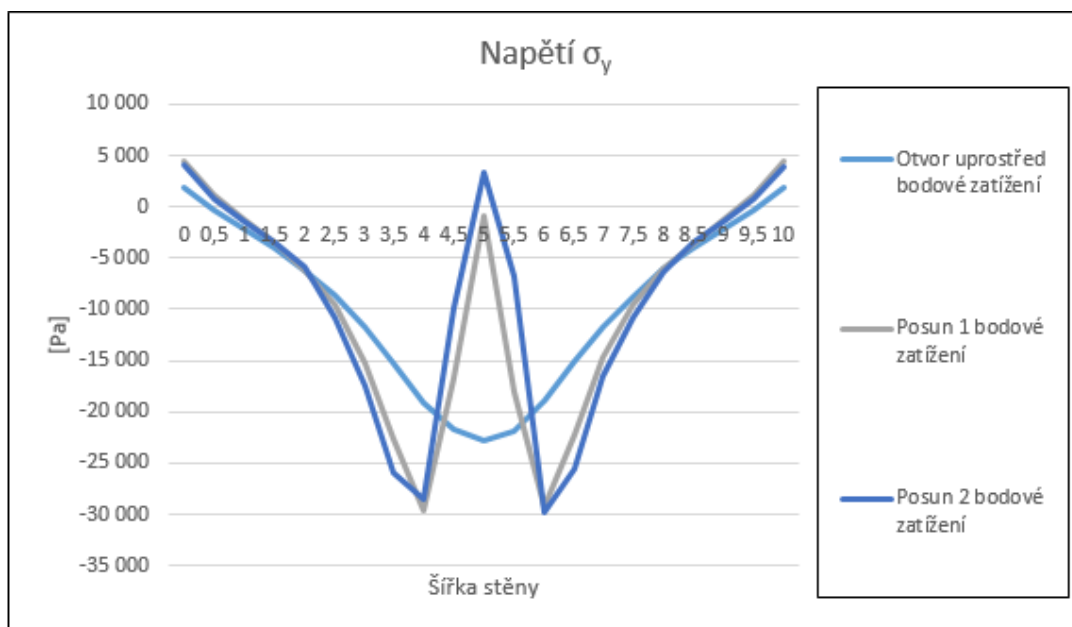
Ve vodorovném řezu (Graf 5.33) je možné vidět, že kruhový otvor *posun 2* je velmi blízko od horního okraje stěny a vodorovný řez stěnou se tak nachází až pod otvorem. Velikosti napětí jsou proto odlišná od ostatních a nelze je srovnat s ostatními napětími posunů otvorů. Proto byla porovnávána stěna pouze s otvorem uprostřed zatížená jak bodově, tak spojitě (Graf 5.34).



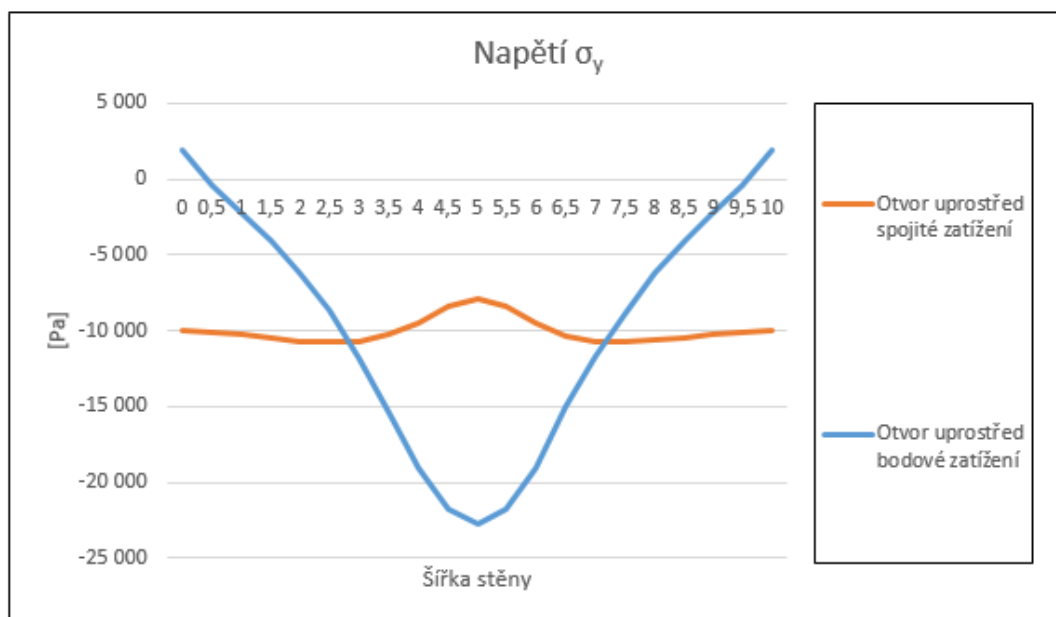
Graf 5.33: Napětí σ_x ve vodorovném řezu stěn s kruhovými otvory, způsobené bodovým zatížením



Graf 5.34: Napětí σ_x porovnání bodového a spojitěho zatížení stěn s kruhovými otvory

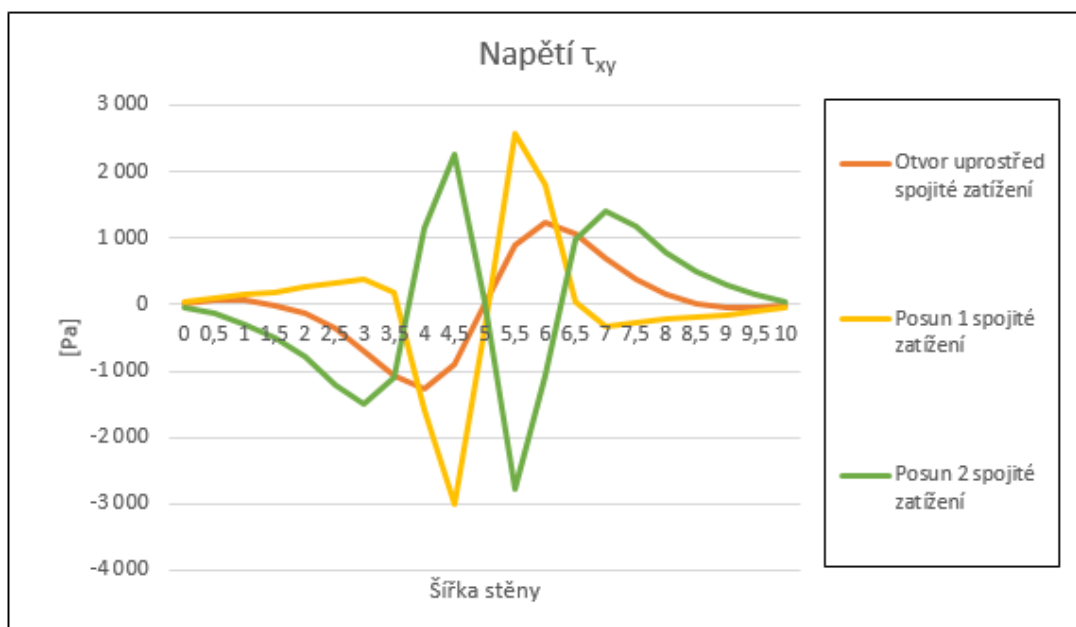


Graf 5.35: Napětí σ_y ve vodorovném řezu způsobené bodovým zatížením stěn s kruhovými otvory

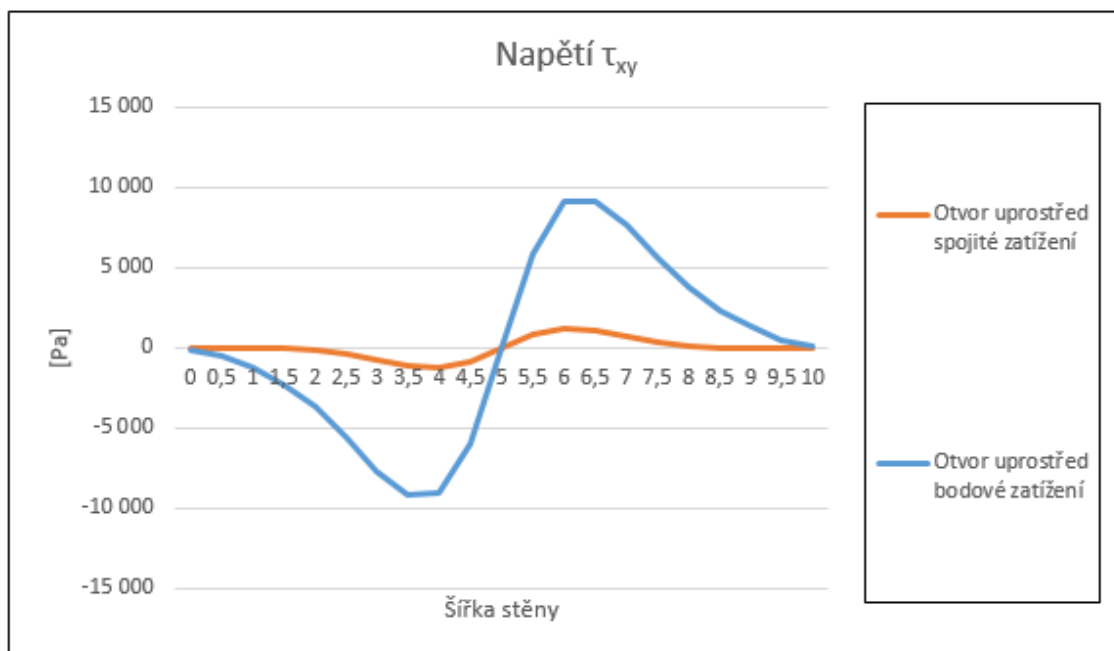


Graf 5.36: Napětí σ_y , porovnání bodového a spojitěho zatížení stěn s kruhovými otvory

Na grafu 5.37 lze vidět, že se jeden z posuzovaných otvorů nachází nad vodorovným řezem. Je rozpoznatelný tak, že je zrcadlově otočený od ostatních křivek napětí.



Graf 5.37: Napětí τ_{xy} ve vodorovném řezu způsobené spojitým zatížením stěn s kruhovými otvory



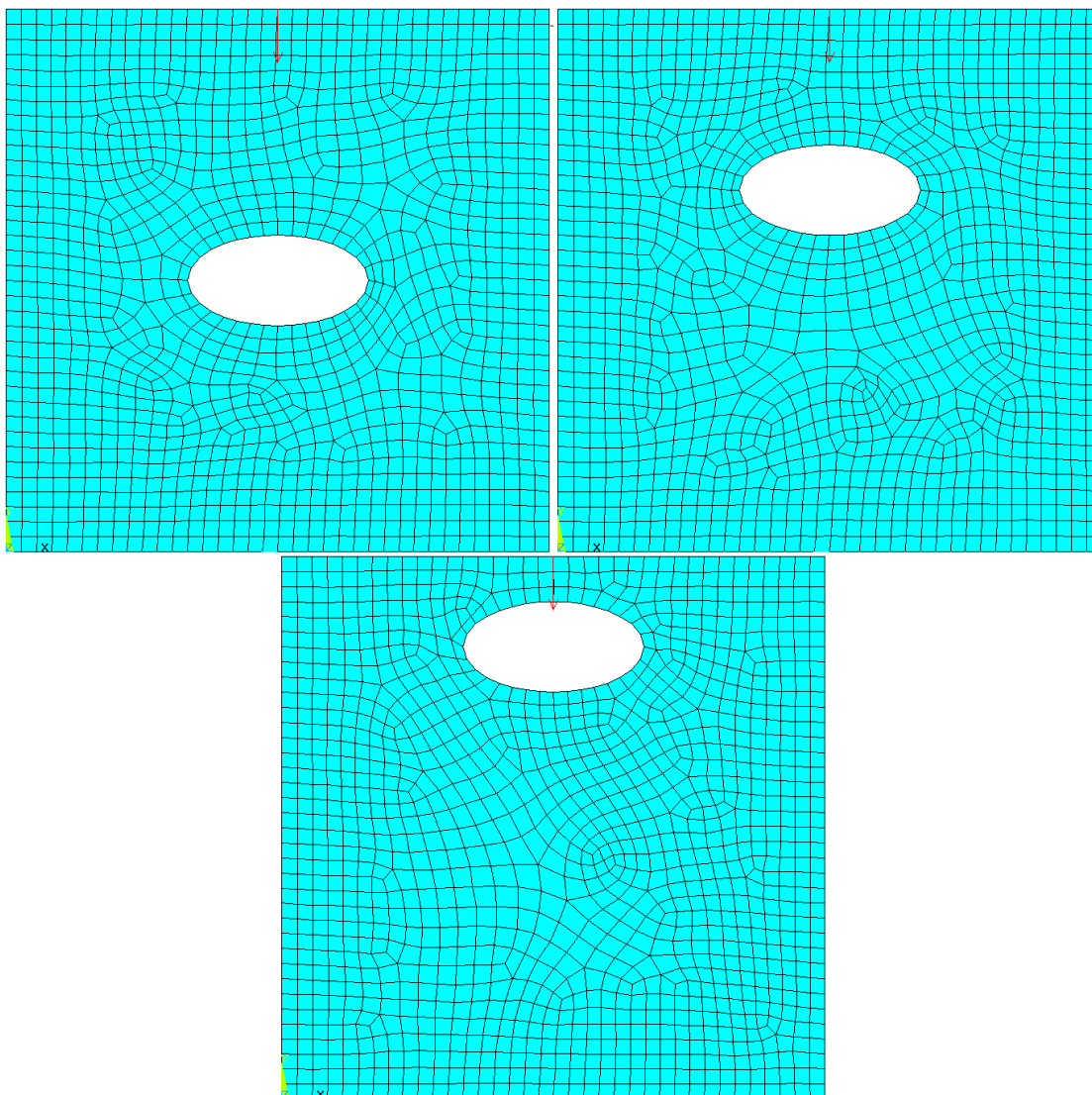
Graf 5.38: *Napětí τ_{xy} , porovnání bodového a spojitěho zatížení stěn s kruhovými otvory*

Stejně jako u předešlých tvarů otvorů bylo napětí τ_{xy} ve vodorovném řezu uprostřed nulové a velikost napětí způsobeného bodovou silou byla 9 krát větší než u zatížení spojitěho.

5.4 Stěna s eliptickými otvory

Posledním, a zároveň velmi netypickým otvorem ve stěně, byl otvor eliptický. Stěna s eliptickým otvorem, stejně jako stěna s kruhovým otvorem, byla namodelována v programu ANSYS. Velikost sítě byla zadána 36 dílů na každé ze stran stěny, v dalších místech byla síť vytvořena programem ANSYS automaticky (Obrázek 5.7).

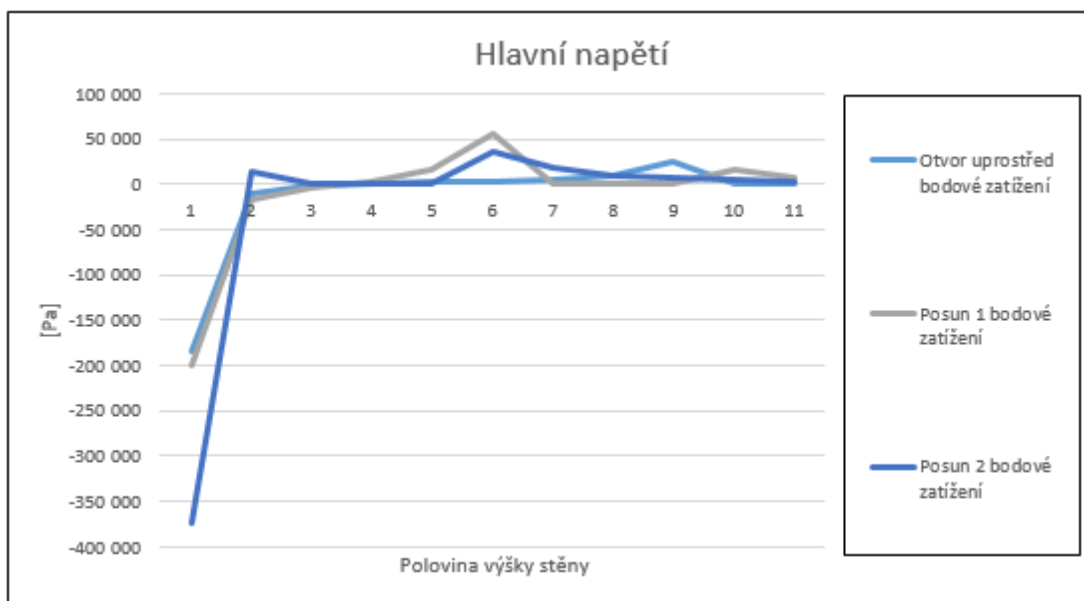
Velikost eliptického otvoru byla čtyři díly na šířku a dva na výšku stěny, tedy 3,33 m na šířku 1,67 m na výšku.



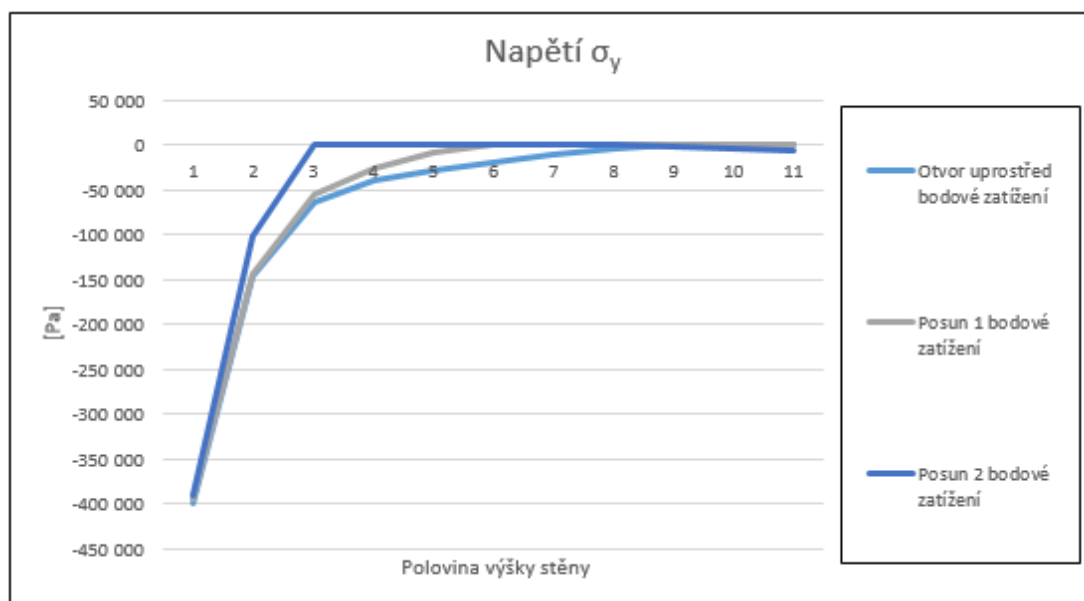
Obrázek 5.7: Eliptické otvory ve stěně a síť vytvořená programem ANSYS

Z obrázku 5.7 můžeme vidět, že vytvořená síť není symetrická, proto lze také předpokládat odchylky způsobené velikostí a tvarem plošky.

Lze předpokládat, že napětí vytvořené bodovým zatížením se budou chovat velice podobně jako napětí vyvolané bodovým zatížením u kruhových otvorů.

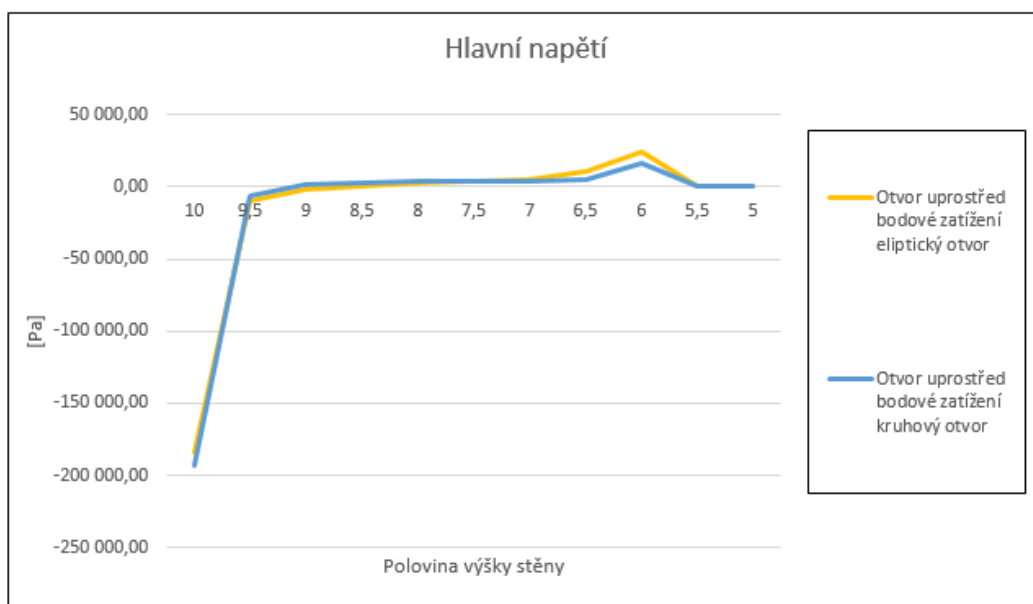


Graf 5.39: Napětí σ_x ve stěně s eliptickými otvory způsobené bodovým zatížením

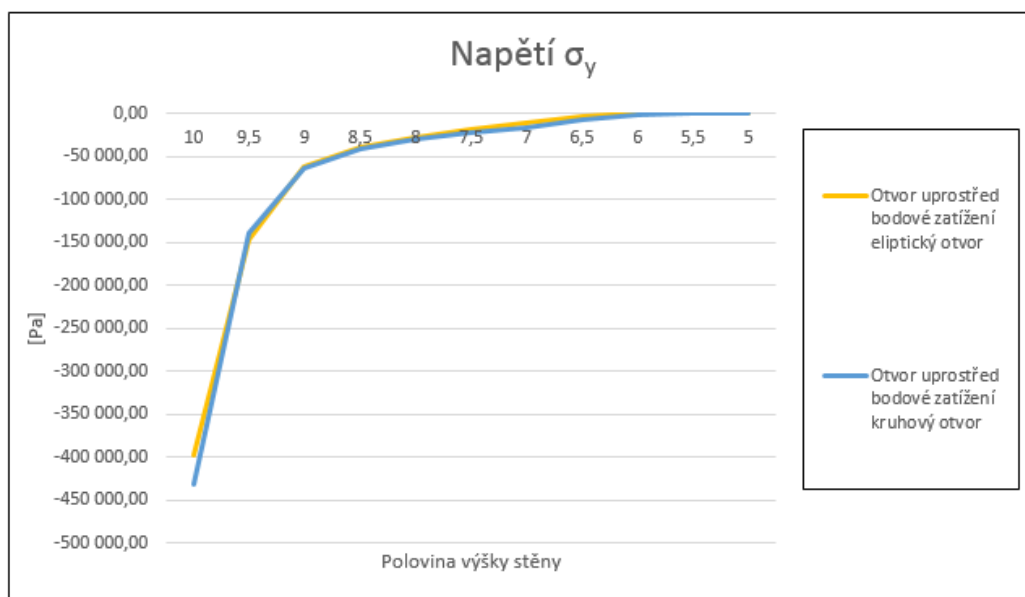


Graf 5.40: Napětí σ_y ve stěně s eliptickými otvory způsobené bodovým zatížením

Jak již bylo zmíněno na začátku této podkapitoly, napětí nad otvorem kruhového otvoru se bude chovat velice podobně napětí nad otvorem eliptickým. Toto tvrzení bylo dokázáno grafy 5.41 a 5.42, které ukazují, že napětí jsou až na malé výjimky, které jsou způsobeny sítí, totožná. Tento fakt se však týkal pouze napětí ve svislém řezu.



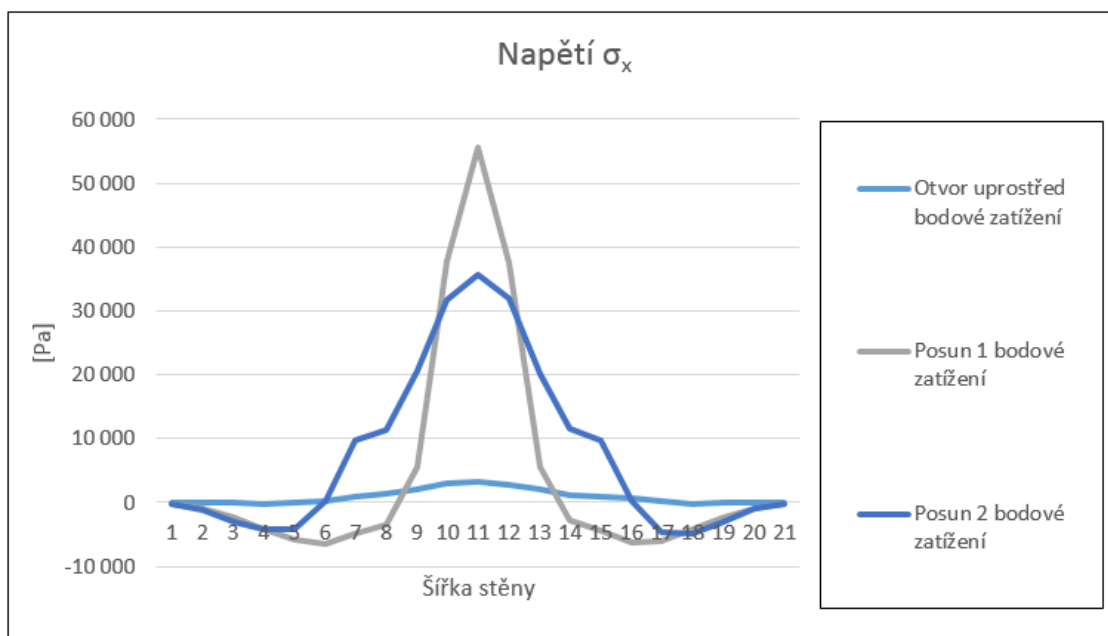
Graf 5.41: Hlavní napětí eliptického a kruhového otvoru



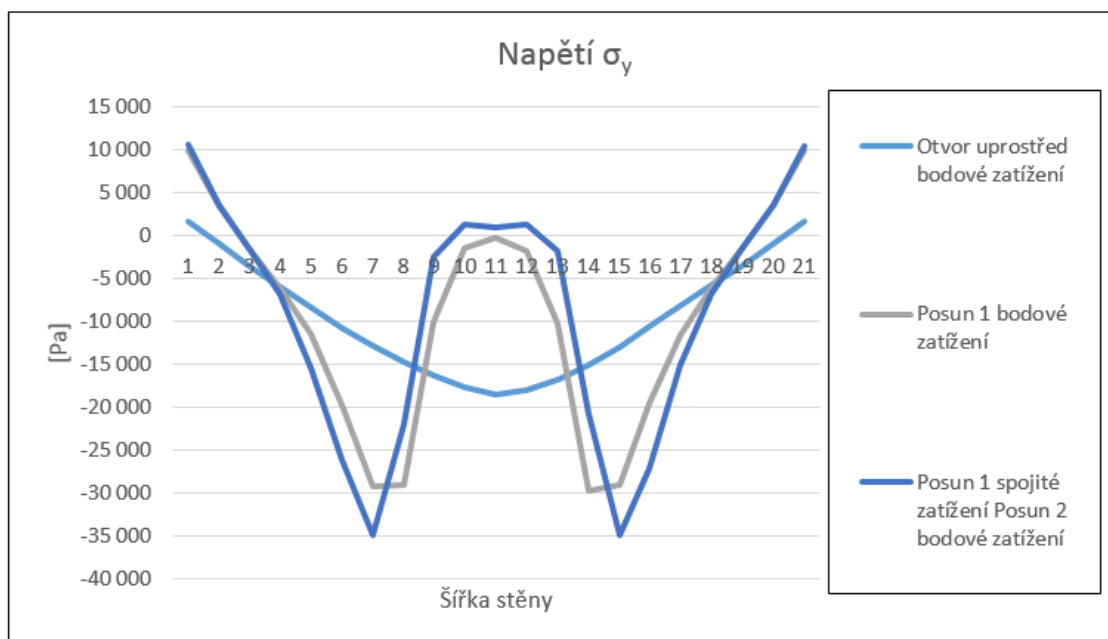
Graf 5.42: Napětí σ_y eliptického a kruhového otvoru

Pokud se rovnala napětí ve svislém řezu bodově zatížených stěn, budou se rovnat také napětí způsobené zatížením spojitým.

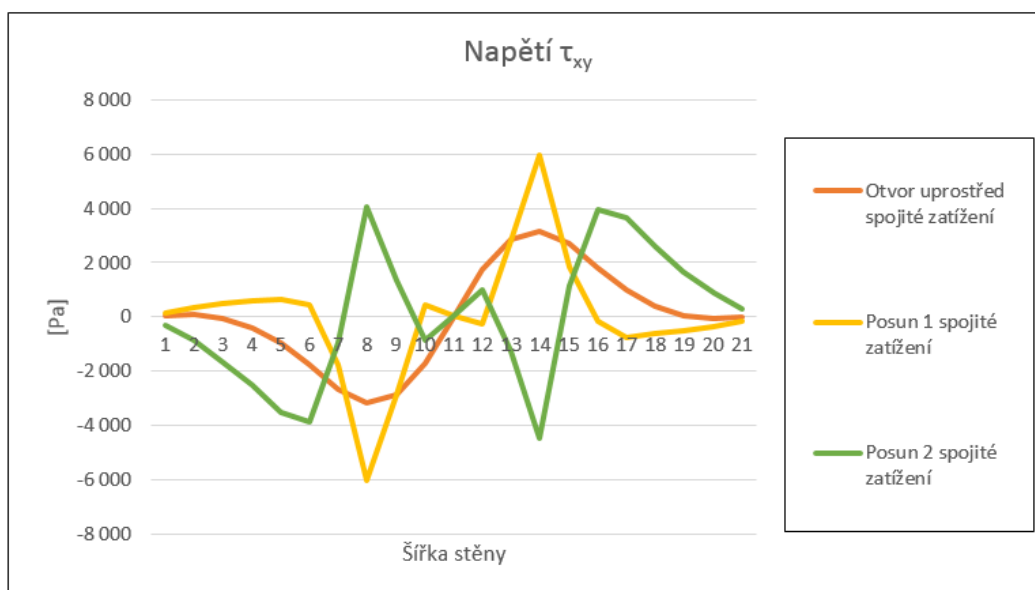
V následujících grafech (5.43 - 5.45) lze vidět napětí posunů eliptického otvoru, kde je znázorněna křivka napětí uložení otvoru pod a nad vodorovným řezem stěny.



Graf 5.43: Napětí σ_x eliptického otvoru ve vodorovném řezu



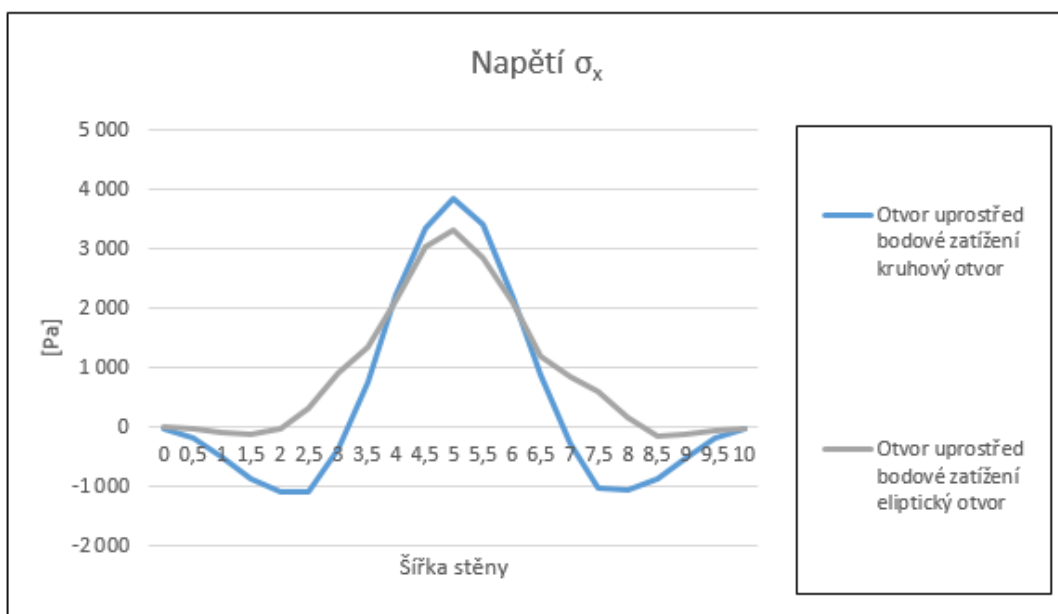
Graf 5.44: Napětí σ_y eliptického otvoru ve vodorovném řezu



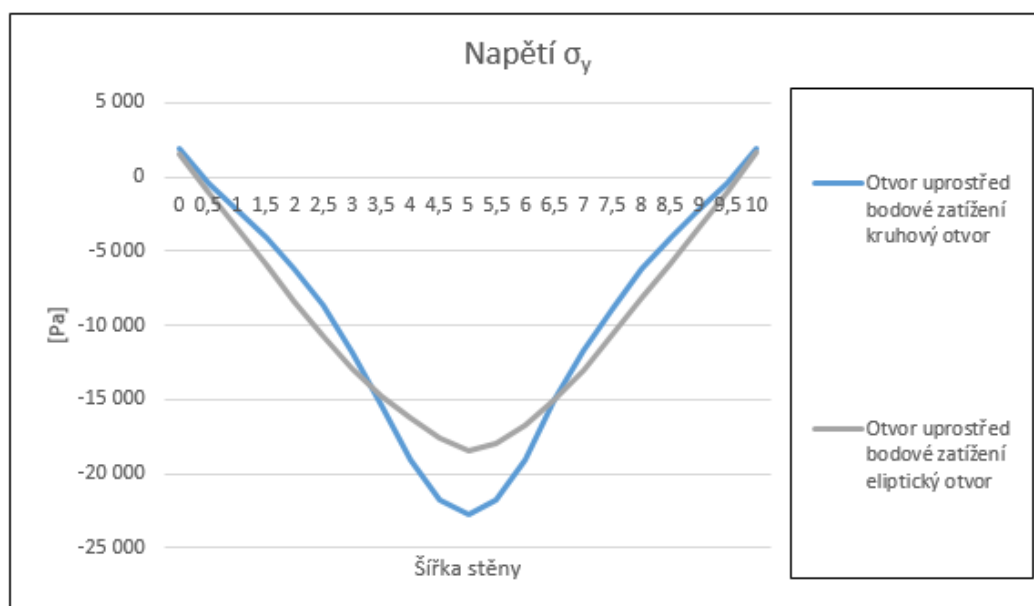
Graf 5.45: *Napětí τ_{xy} ve vodorovném řezu způsobené spojitým zatížením ve stěně s eliptickými otvory*

Napětí τ_{xy} u druhého posunutého otvoru, jak již bylo zmíněno v předešlé podkapitole, je zrcadlově otočeno oproti ostatním křivkám napětí, což opět potvrzuje, že otvor se nachází velmi blízko okraje stěny a vodorovný řez stěnou je tak veden, oproti ostatním otvorům, pod otvorem.

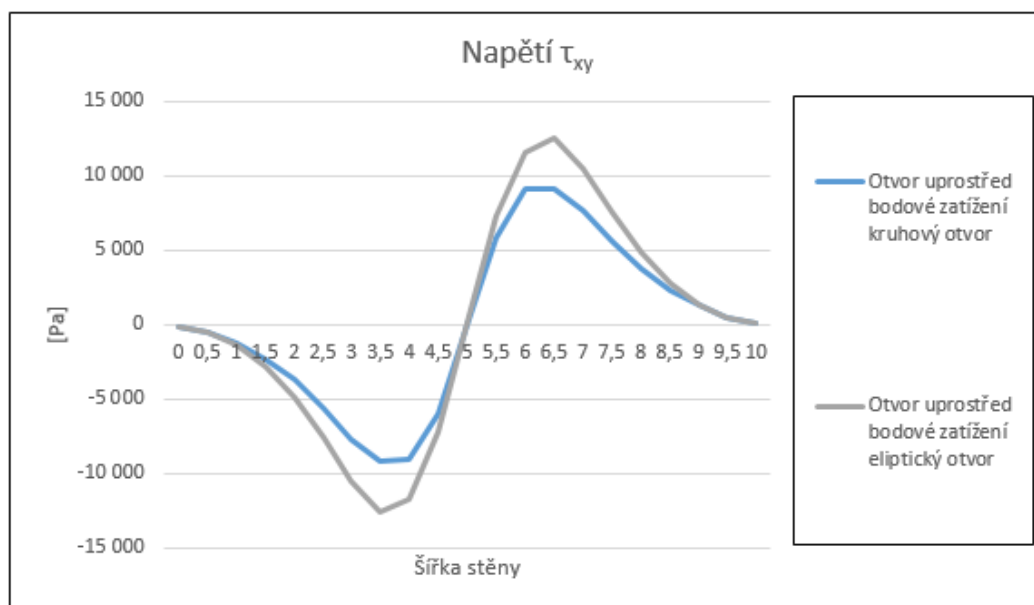
Na grafech 5.46, 5.47 a 5.48 jsou zobrazena porovnání napětí kruhového a eliptického otvoru ve vodorovném řezu. U obou otvorů, jak u eliptického, tak kruhového, byly hodnoty napětí porovnány ve stěně s otvorem uloženým uprostřed.



Graf 5.46: Napětí σ_x eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu



Graf 5.47: Napětí σ_y eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu



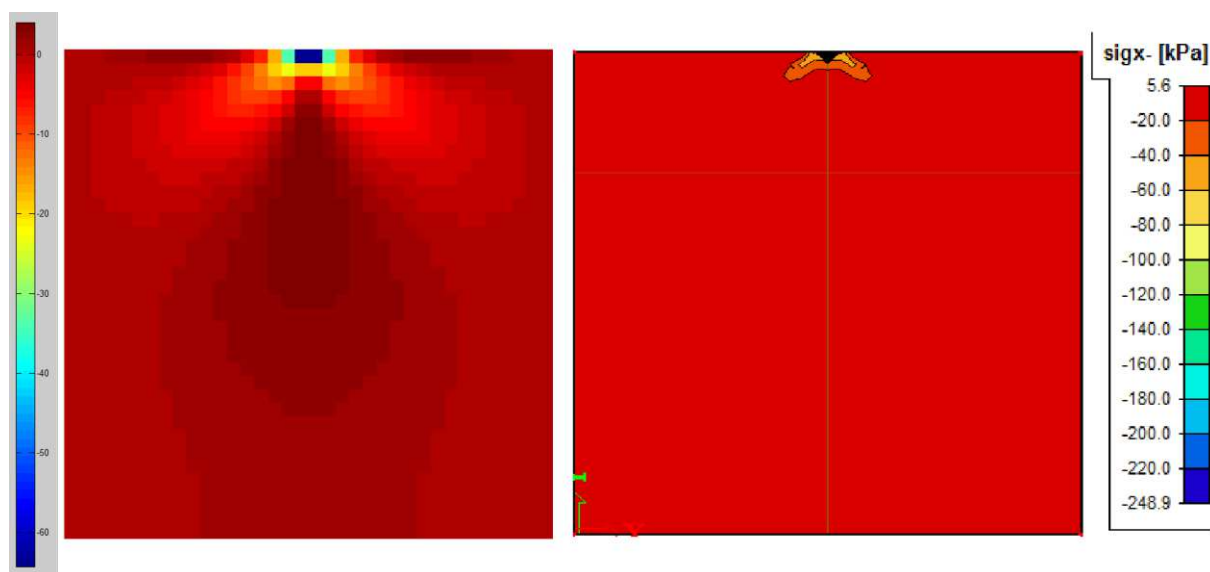
Graf 5.48: Napětí τ_{xy} eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu

V grafech 5.46 - 5.48 můžeme vidět, vliv šířky na napětí. Přestože má kruhový i eliptický otvor stejnou výšku, šířka elipsy způsobuje rozdíly ve vodorovném řezu stěny. Lze tedy předpokládat, že čím bude šířka elipsy menší, bude se její křivka napětí více přibližovat tvaru křivky napětí kruhového otvoru. Naopak při zvětšování šířky se křivky napětí budou u napětí σ_x a σ_y rozprostírat nebo rozšiřovat a u napětí τ_{xy} se budou jeho extrémy zvětšovat.

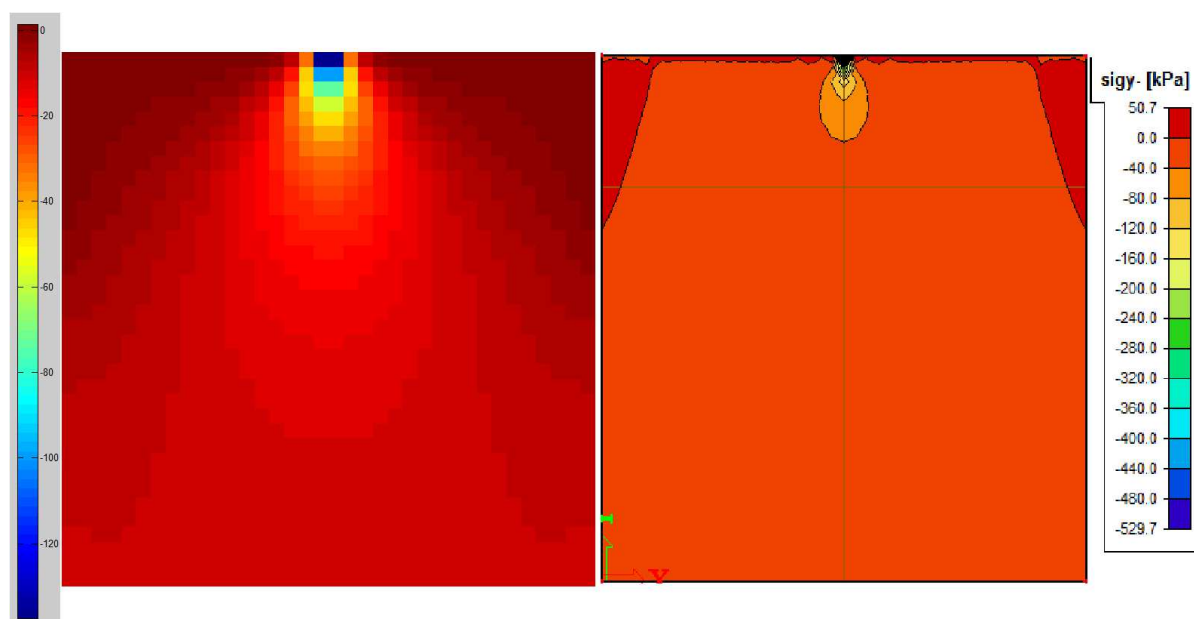
6 POSOUZENÍ VÝPOČETNÍCH PROGRAMŮ

Z každého druhu otvoru byl vybrán jeden případ, jehož výsledky byly porovnány s programem Scia Engineer 15.1. Všechny níže zobrazené stěny byly bodově zatíženy. Pro dobrou porovnatelnost výsledku, byly stěny rozděleny na přibližně stejný počet dílů. Stěny vytvořené v programu Matlab byly rozděleny na 36x36 dílů zatímco stěna vypočítaná v programu Scia Engineer 15.1 rozdělena na 40x40 dílů. Program ANSYS využívá jiné rozdělení stěny, zatímco program Scia Engineer 15.1 upravuje síť pouze v okolí otvoru, výsledná napětí budou nepatrně rozdílná.

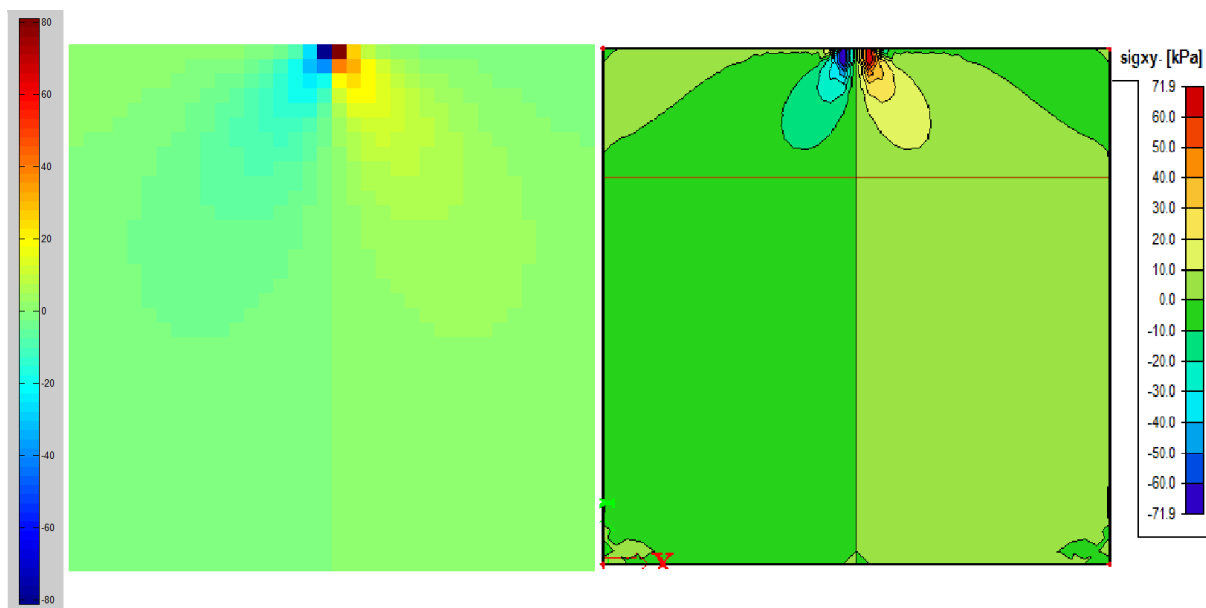
V obrázcích 6.1 – 6.3 je zobrazeno porovnání napětí ve stěně bez otvoru



Obrázek 6.1: Napětí σ_x stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer

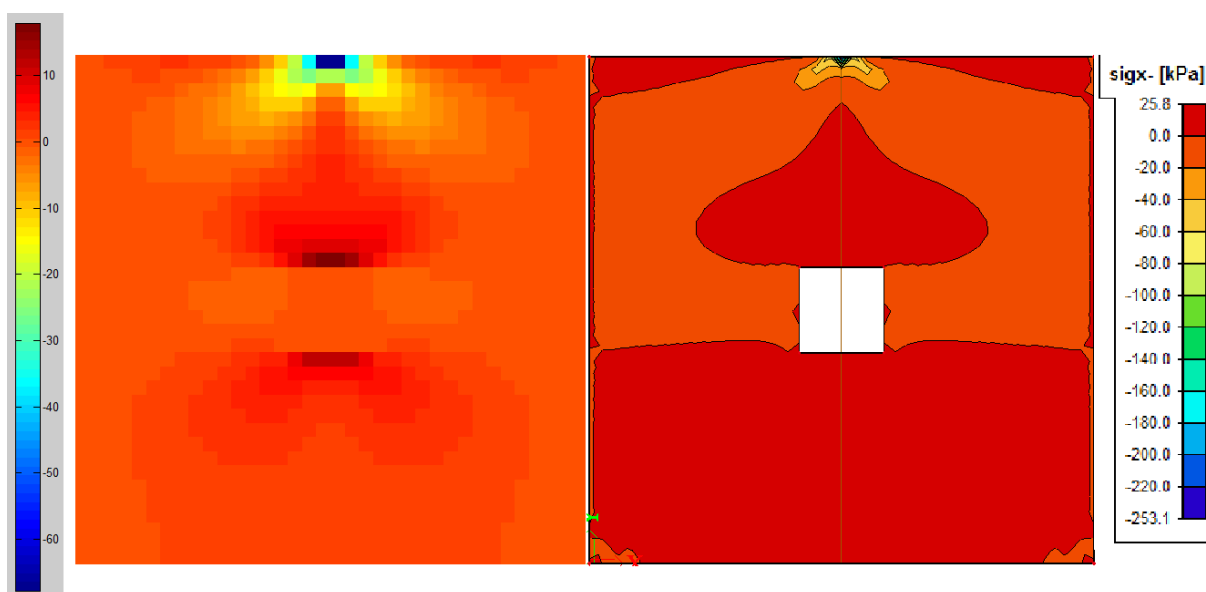


Obrázek 6.2: Napětí σ_y stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer

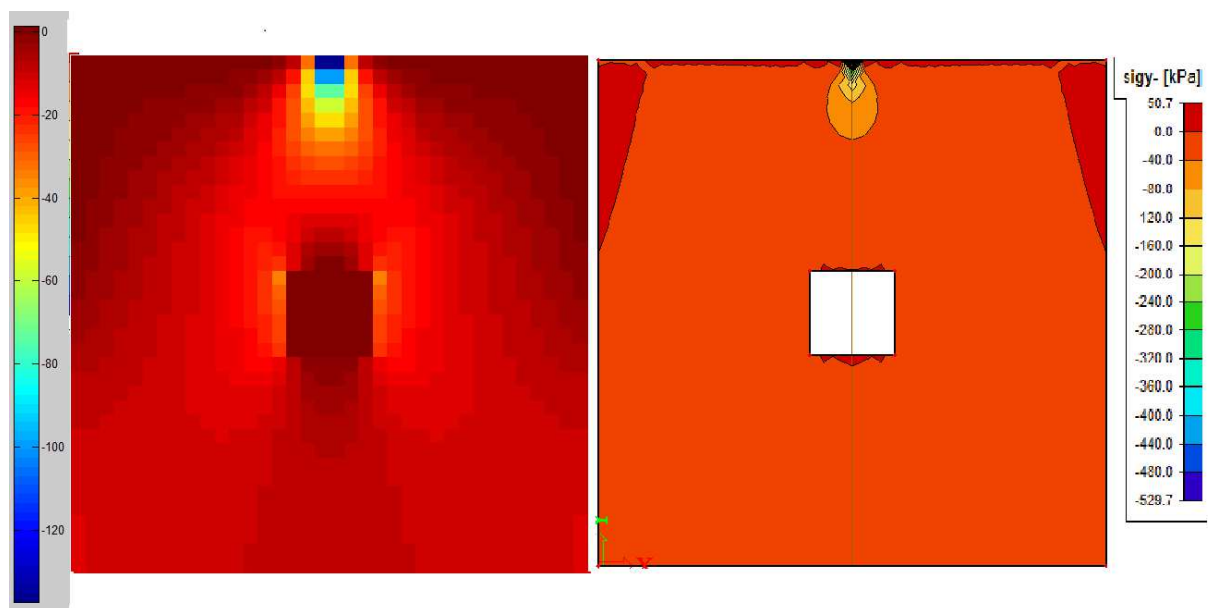


Obrázek 6.3: *Napětí τ_{xy} stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer*

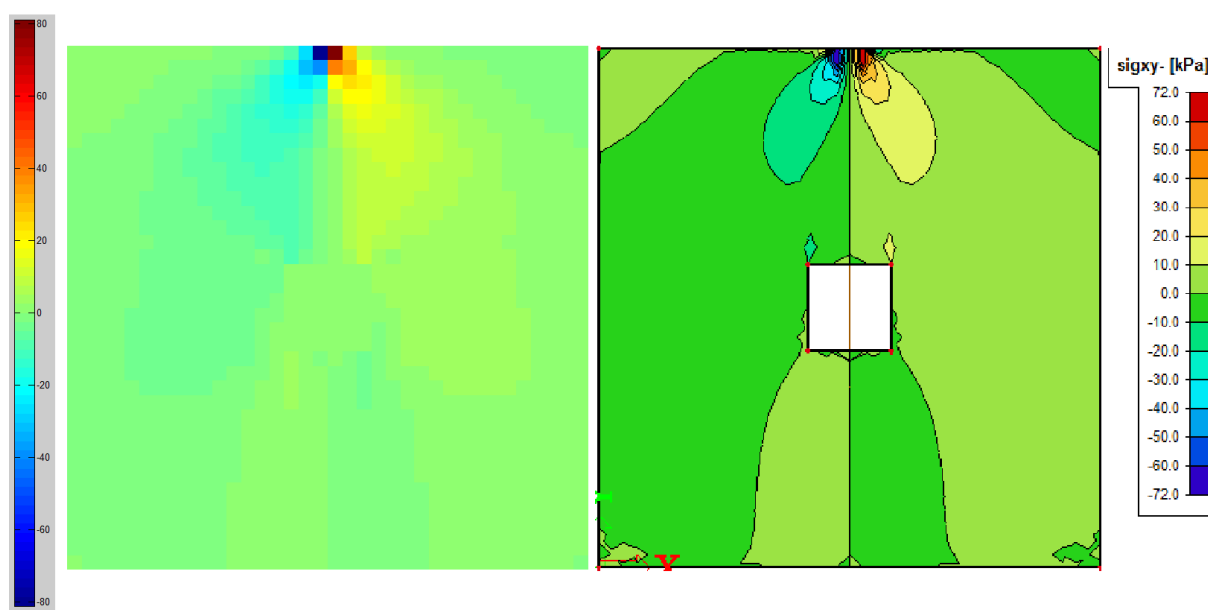
Obrázky 6.4 – 6.6 zobrazují rozložení napětí ve stěně se čtvercovým otvorem.



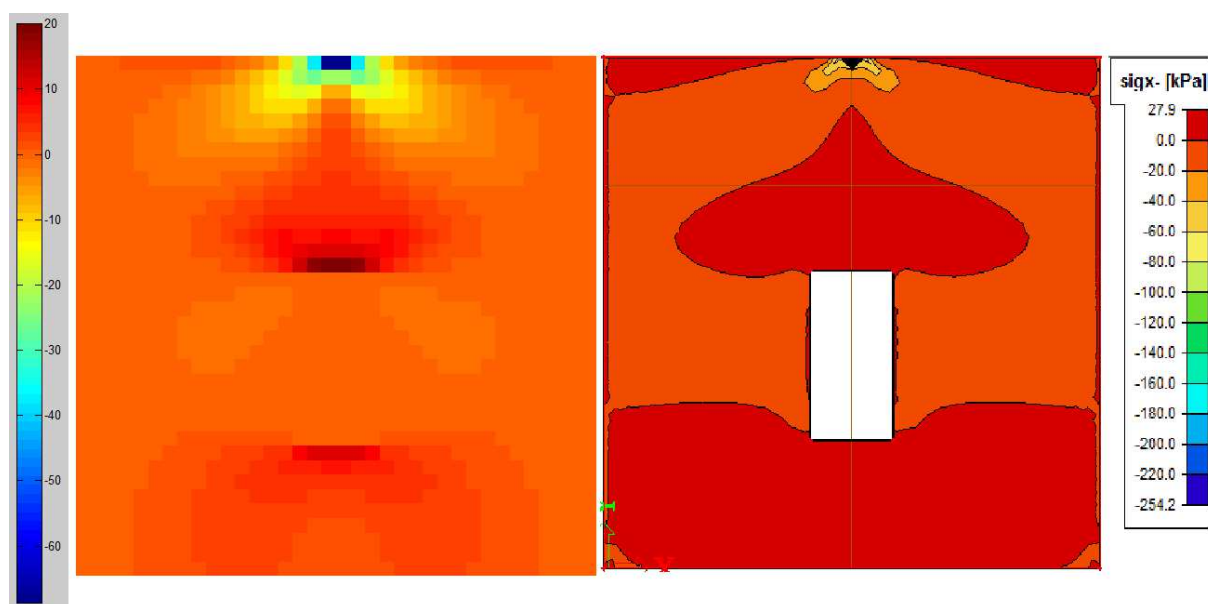
Obrázek 6.4: *Napětí σ_x stěny se čtvercovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer*



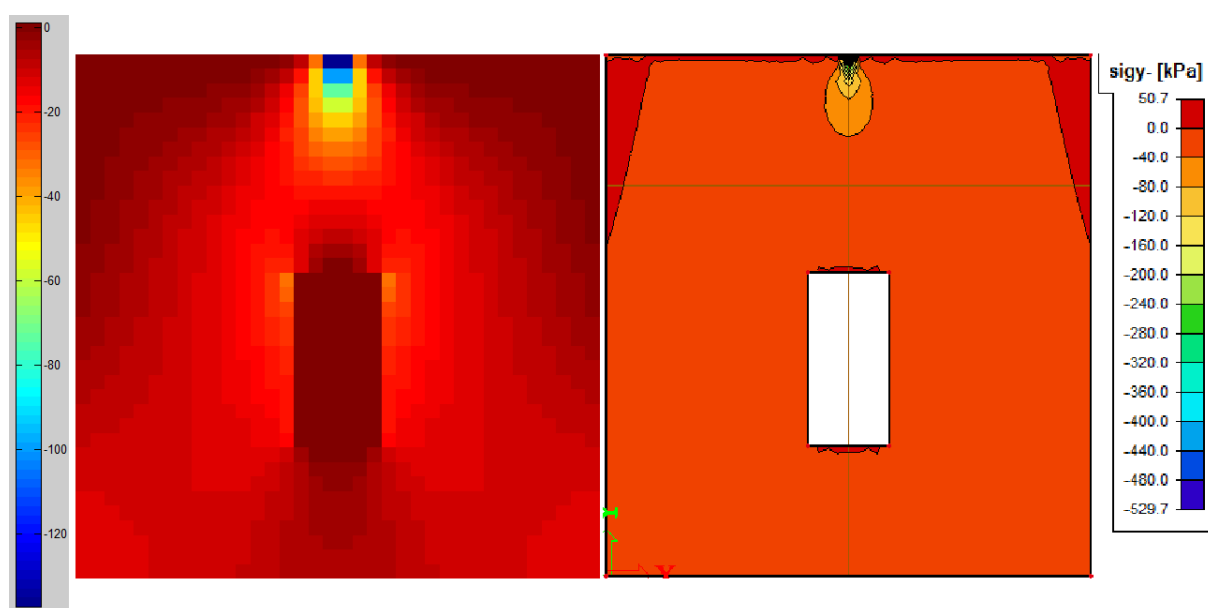
Obrázek 6.5: *Napětí σ_y stěny se čtvercovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer*



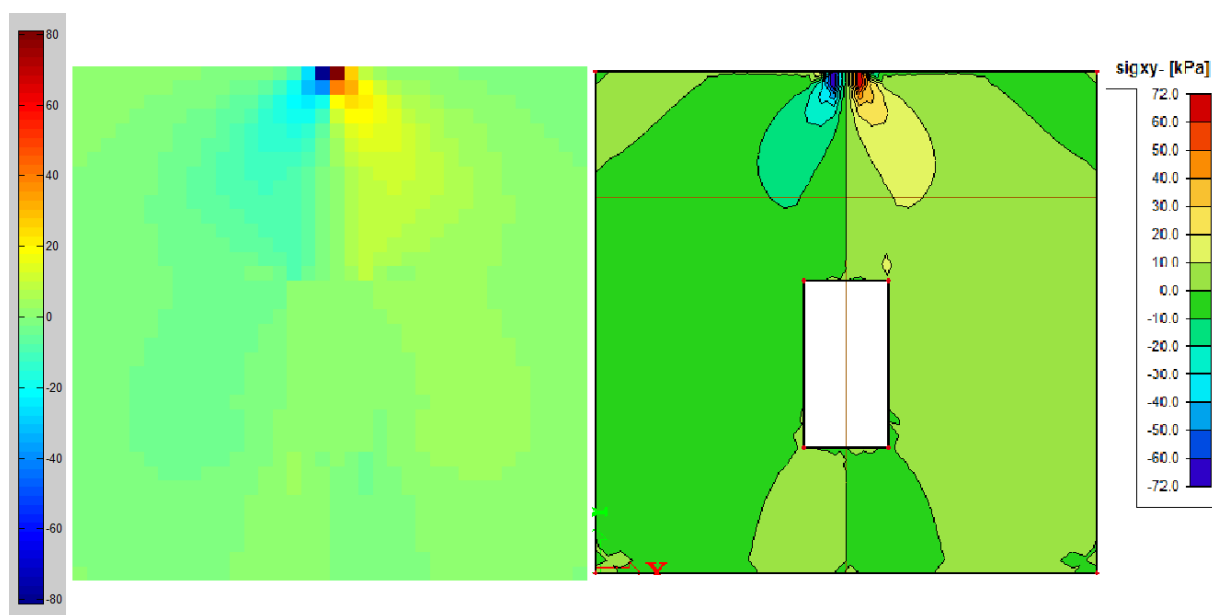
Obrázek 6.6: *Napětí τ_{xy} stěny se čtvercovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer*



Obrázek 6.7: Napětí σ_x stěny s obdélníkovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer



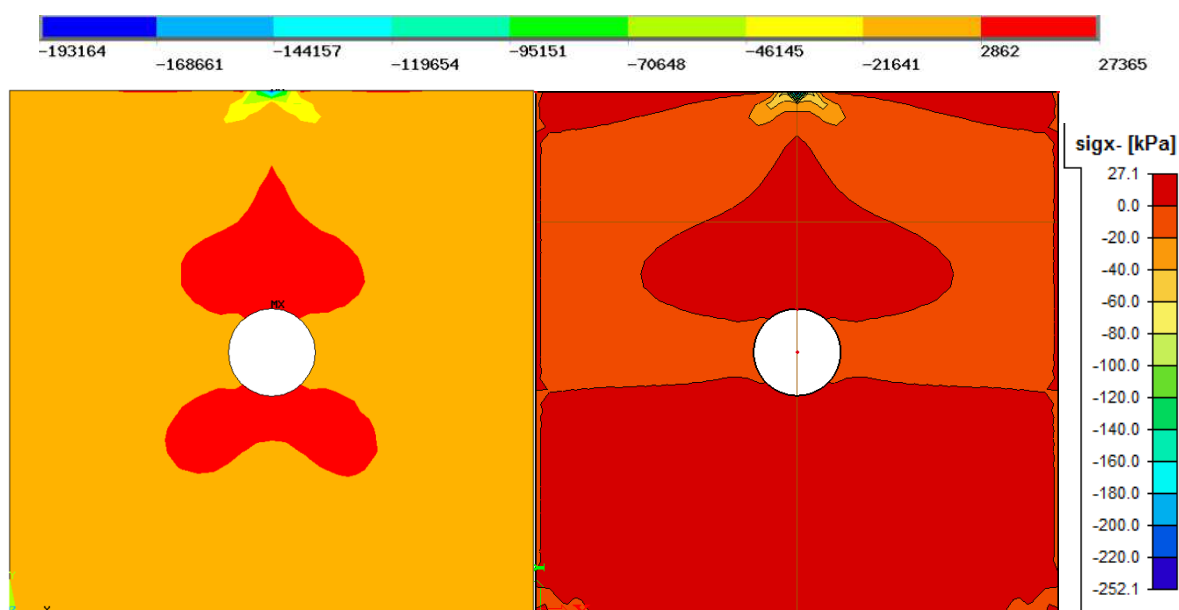
Obrázek 6.8: Napětí σ_y stěny s obdélníkovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer



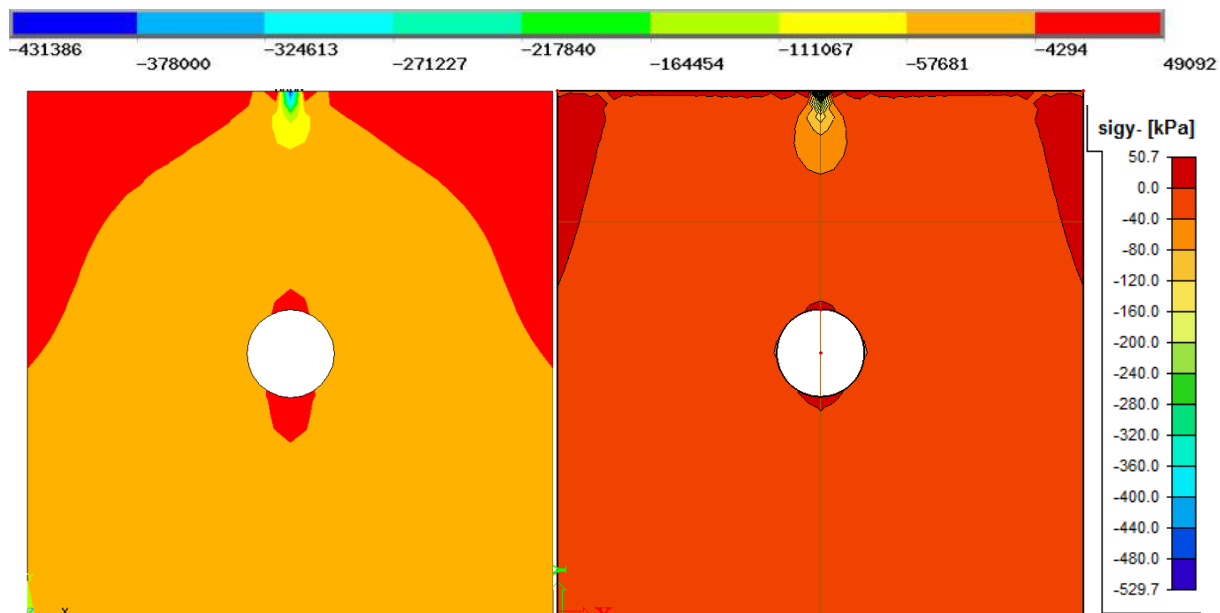
Obrázek 6.9: Napětí τ_{xy} stěny se obdélníkovým otvorem v programu Matlab a Scia Engineer

Na předchozích obrázcích bylo možno vidět, jaké rozdíly vznikají při výpočtu v programu Matlab a programu Scia Engineer. Z těchto obrázků také vyplývá, že vykreslení napětí v programu Matlab je zobrazováno přesněji. Napětí v extrémech se liší, je to způsobeno upravováním výpočtu v programu.

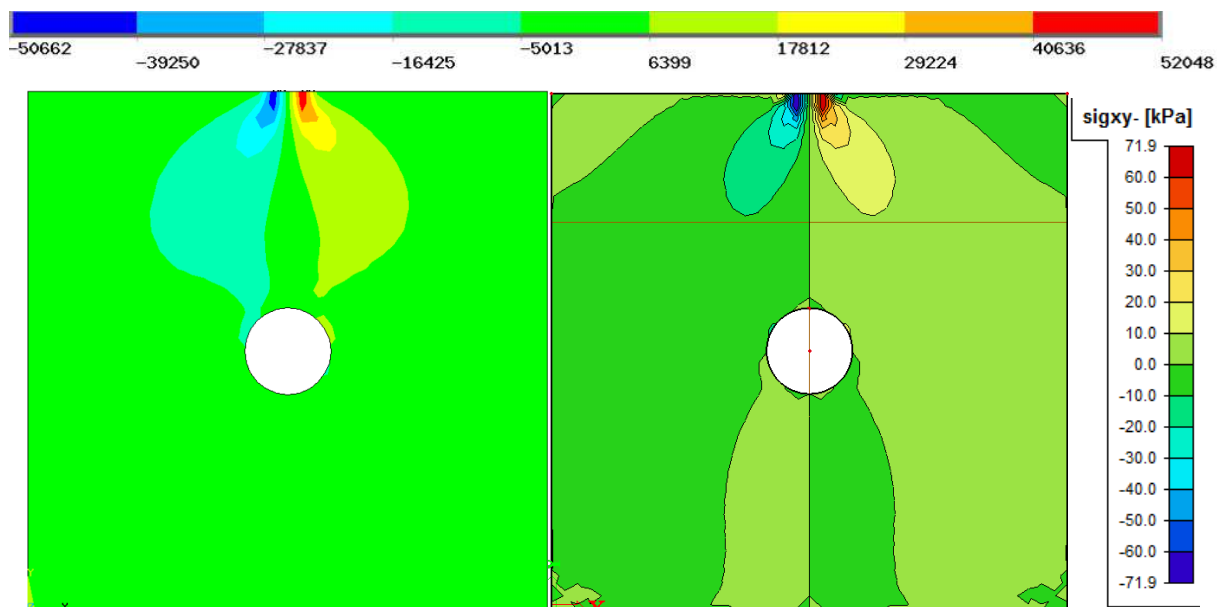
V následujících obrázcích je porovnání napětí ve stěnách s kruhovými otvory. Tyto otvory byly vytvořeny v programu ANSYS.



Obrázek 6.10: Napětí σ_x stěny s kruhovým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer

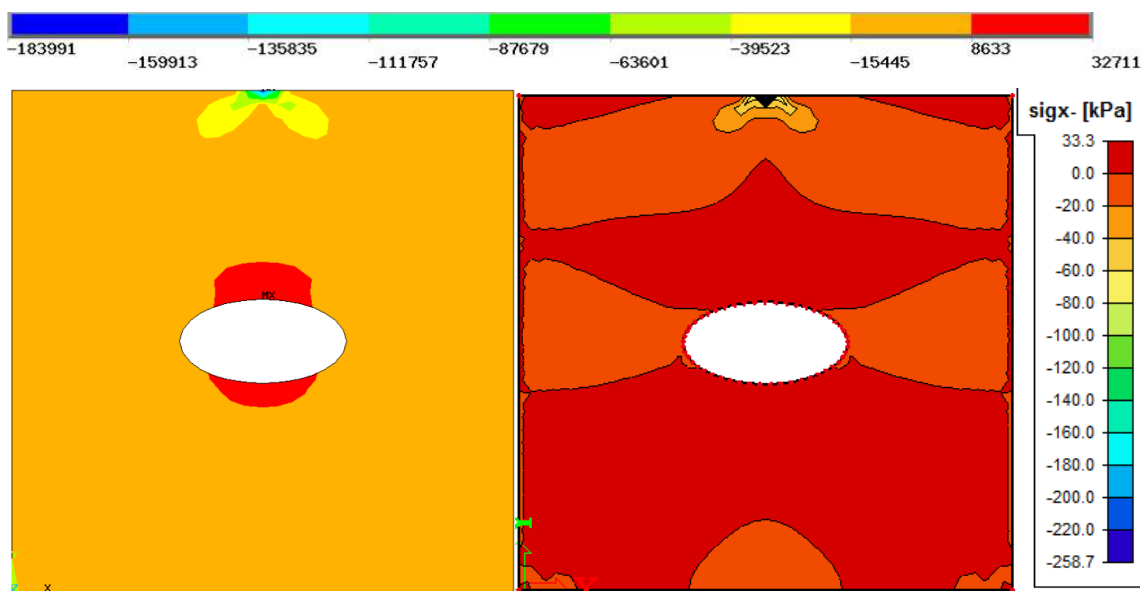


Obrázek 6.11: Napětí σ_y stěny s kruhovým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer

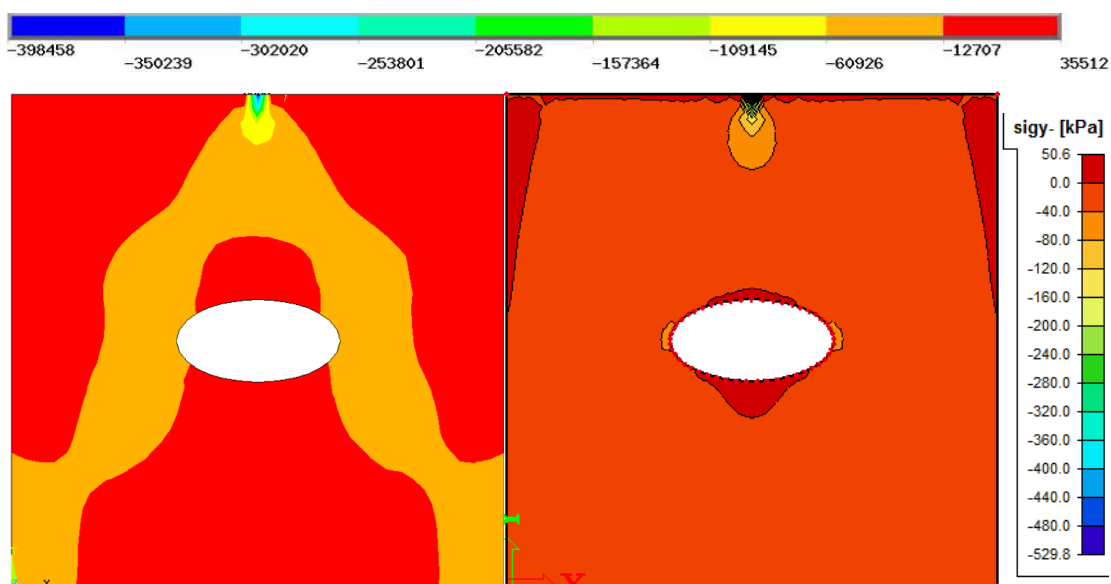


Obrázek 6.12: Napětí τ_{xy} stěny s kruhovým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer

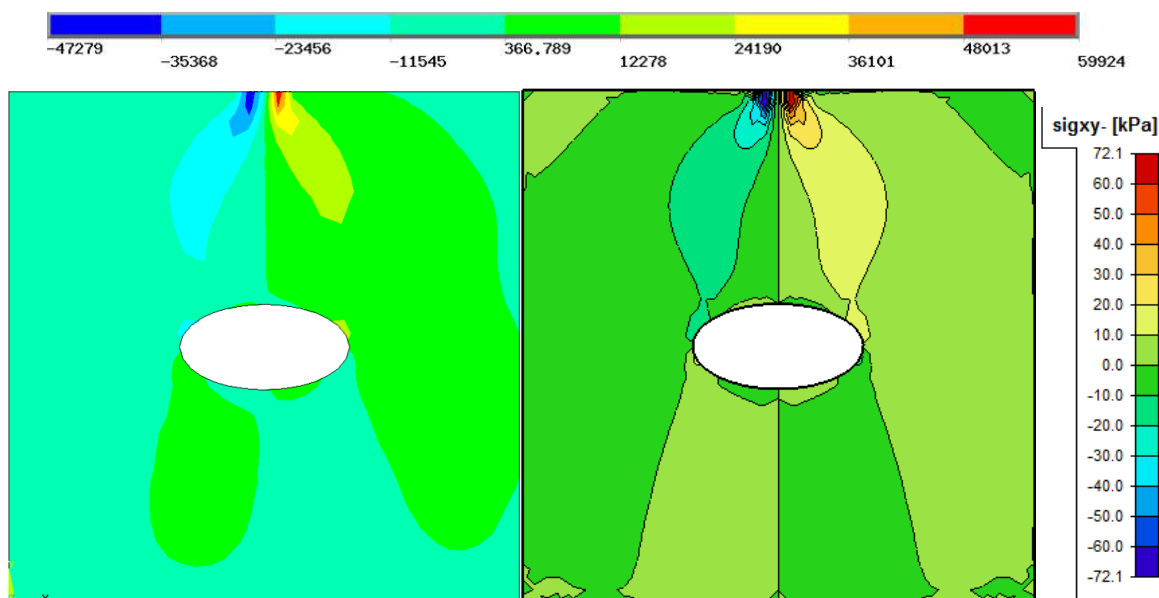
Na předešlém obrázku 6.12, je vidět, že rozložení sítě mělo vliv na zobrazení napětí. Tento problém je také ve stěně s následujícím typem otvoru. Posledním posuzovaným typem stěny byla stěna s eliptickým otvorem.



Obrázek 6.13: Napětí σ_x stěny s eliptickým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer



Obrázek 6.14: Napětí σ_y stěny s eliptickým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer



Obrázek 6.15: *Napětí τ_{xy} stěny s eliptickým otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer*

Z předchozích obrázků je zřetelné, že rozložení napětí u každého typu otvoru je velmi podobné. Při posunutí nebo zvětšení otvorů bude rozložení napětí stejné.

Napětí v programu Scia Engineer zobrazuje napětí správně, avšak napětí jsou shrnuta do velkých intervalů v legendách a proto je rozložení napětí zobrazeno nejlépe v programu Matlab.

7 ZÁVĚR

V této práci byly vytvořeny stěny v programu Matlab, ANSYS a Scia Engineer 15.1. Nejdříve byla vytvořena stěna rozdělená na 12x12, 24x24, 36x36, 48x48 a 60x60 dílů, v programu Matlab. V tomto programu byl zjišťován vliv hustoty sítě na přesnost výsledků. Čím větší byla hustota sítě, tím přesnější výsledky napětí program vypočítal, ale zároveň byl výpočet časově náročnější. Vzhledem k tomu, že rozdíly napětí u stěny rozdělené na 36x36 a 60x60 dílů byly minimální, byla pro další výpočet použita stěna s rozdělení 36x36 dílů.

Stěna bez otvorů byla dále zatížena bodovým zatížením uprostřed stěny, spojitým zatížením po celé šířce stěny a spojitým zatížením o délce 5 m situovaným uprostřed stěny. Byla zjištěna napětí σ_x , σ_y a τ_{xy} ve vodorovném a svislém řezu stěnou.

Dalším krokem bylo vytvoření čtvercových a obdélníkových tvarů otvorů ve stěně. Čtvercové a obdélníkové otvory byly zvětšovány a posunovány a bylo možné sledovat, jak se

napětí ve stěnách postupně mění. Ve větší vzdálenosti otvoru od okraje stěny byly hodnoty napětí menší. Toto zjištění platí pro bodově, ale také pro spojitě zatíženou stěnu. Různé velikosti otvorů byly porovnávány mezi sebou a bylo zjištěno, že čím více se vzdalujeme od hrany otvoru, tím více jsou rozdíly napětí markantní a dají se znázornit exponenciální křivkou.

Otvory kruhového a eliptického tvaru byly vytvořeny v programu ANSYS. Napětí ve svislém řezu se u těchto otvorů shodovaly, avšak ve vodorovném řezu se tvar křivky napětí mění podle šířky otvoru. Tyto dva druhy otvorů byly navíc vytvořeny nad vodorovným řezem, a tak bylo možné sledovat, jak se napětí pod těmito otvory chová.

Poslední fází výpočtu bylo porovnání výsledků všech výpočetních programů. Program Matlab a ANSYS byl porovnán s programem Scia Engineer15.1. Ve všech modelovacích programech byla hustota sítě 36x36 dílů. Program Matlab podával nejspokojivější vykreslení napětí. Program ANSYS si velikosti a tvary plošek napětí vypočítal automaticky. Rozdělení stěny v programu ANSYS nebylo symetrické, a proto i výsledná napětí byla tímto rozdělením ovlivněna. V modelovacím programu Scia Engineer 15.1 bylo vytvoření stěny nejsnazší, ovšem výsledná napětí byly shrnuta do velmi velkých rozsahů v legendě.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] SERVÍT, R., DOLEŽALOVÁ, E. a CRHA, M. *Teorie pružnosti a plasticity I*, Praha: SNTL, 1981.
- [2] KREJSA, M., LAUSOVÁ, L. a MICHALCOVÁ, V. *Pružnost a plasticita*, Elektronický učební text. [on-line]. < <http://mi21.vsb.cz/modul/pruznost-plasticita>>. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni 2011-2012.
- [3] BROŽOVSKÝ, J. a MATERNA, A. *Základy matematické teorie pružnosti*, Elektronický učební text. [on-line]. < <http://mi21.vsb.cz/modul/zaklady-matematicke-teorie-pruznosti>>. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni 2012.
- [4] ŠMIŘÁK, S. *Pružnost a plasticita I*. 2. vyd. Brno: CERM, 1999. ISBN 80-214-1151-1.
- [5] TEPLÝ, B., ŠMIŘÁK, S. *Pružnost a plasticita II*. 2. vyd. Brno: CERM, 2000. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1622-X.
- [6] NOVÁK, D., BRDEČKO, L. *Pružnost a pevnost*, Modul BD02-MO1, Brno: Vydavatelství VUT, 2004.
- [7] KADLČÁK, J. a KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí I*. 2. vyd. V Brně: VUTIUM, 2001. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1877-X.
- [8] BITTNAR, Z. a ŠEJNOHA J. *Numerické metody mechaniky*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1992. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-010-0855-X.
- [9] *ANSYS* [on-line]. http://www.ansys.stuba.sk/html/elem_55/chapter4/ES4-42.htm [cit. 2016-04-25].
- [10] SERVÍT, R., DRAHONOVSKÝ, Z., ŠEJNOHA, J. a KUFNER, V. *Teorie pružnosti a plasticity II*. Vyd. 1. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1984.
- [11] BRDIČKA, M., SAMEK, L. a SOPKO, B. *Mechanika kontinua*. Vyd. 3., rev. Praha: Academia, 2005. Česká matice technická (Academia). ISBN 80-200-1344-X.
- [12] BITTNAR, Z. a ŠEJNOHA, J. *Numerické metody mechaniky*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1992. Česká matice technická (Academia). ISBN 80-010-0855-X.
- [13] KOLÁŘ, V., SOBOTKA, Z. a BENEŠ J. *Nosné stěny a desky*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1961. Česká matice technická (SNTL). ISBN Nosné stěny a desky.
- [14] KOLÁŘ, Vladimír. *Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků*. 2., přeprac. vyd. Praha: SNTL, 1979. Řada teoretické literatury.

- [15] FUSEK, M. a HALAMA, R. *MKP a MHP*, Elektronický učební text. [on-line]. < <http://mi21.vsb.cz/modul/metoda-konecných-prvku-metoda-hranicnich-prvku> >. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni 2011.
- [16] BROŽOVSKÝ, J. a MATERNA, A. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice*, Elektronický učební text. [on-line]. < <http://mi21.vsb.cz/MODUL/metoda-konecných-prvku-ve-stavebni-mechanice> >. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni 2012.

SEZNAM UVEDENÝCH PROGRAMŮ

- [17] ANSYS. Komerční software [on-line] < <http://www.ansys.com/>>. Pennsylvania, USA, 2016
- [18] *MATLAB – The Language of Technical Computing*. Komerční software. [on-line]. < <http://matlab.com/>>. The MathWorks, Inc., Massachusetts, USA Pennsylvania, USA, 2016
- [19] SCIA ENGINEER 15.1. Komerční software. [on-line]. < <http://15.scia-engineer.comcom/>>. Nemetschek AG, München, Německo, 2016

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 2.1: Idealizace zatížení podle Saint-Venantova principu [2]	13
Obrázek 3.1: Rovinná napjatost stěny [3]	15
Obrázek 4.1: Prvek sítě programu ANSYS [9]	23
Obrázek 5.1: Podpory stěny	24
Obrázek 5.2: Řezy stěnou	25
Obrázek 5.3: Velikost otvoru 2x2, 4x4 a 6x6	29
Obrázek 5.4: Otvory 2x3, 2x4, 2x5 a 2x6	38
Obrázek 5.5: Otvory 4x3, 4x4, 4x5 a 4x6	38
Obrázek 5.6: Kruhové otvory ve stěně a síť vytvořená programem ANSYS	45
Obrázek 5.7: Eliptické otvory ve stěně a síť vytvořená programem ANSYS	52
Obrázek 6.1: Nap. σ_x stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer	58
Obrázek 6.2: Napětí σ_y stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer	59
Obrázek 6.3: Napětí τ_{xy} stěny bez otvoru v programu Matlab a Scia Engineer	59
Obrázek 6.4: Napětí σ_x stěny se čtver. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	60
Obrázek 6.5: Napětí σ_y stěny se čtver. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	60
Obrázek 6.6: Napětí τ_{xy} stěny se čtver. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	61
Obrázek 6.7: Napětí σ_x stěny s obdél. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	61
Obrázek 6.8: Napětí σ_y stěny s obdél. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	62
Obrázek 6.9: Napětí τ_{xy} stěny se obdél. otvorem v prog. Matlab a Scia Engineer	62
Obrázek 6.10: Napětí σ_x stěny s kruh. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	63
Obrázek 6.11: Napětí σ_y stěny s kruh. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	63
Obrázek 6.12: Napětí τ_{xy} stěny s kruh. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	64
Obrázek 6.13: Napětí σ_x stěny s elip. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	64
Obrázek 6.14: Napětí σ_y stěny s elip. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	65
Obrázek 6.15: Napětí τ_{xy} stěny s elip. otvorem v programu ANSYS a Scia Engineer	65

SEZNAM GRAFŮ

Graf 5.1: Hlavní napětí způsobené bodovou silou všech druhů sítí stěny bez otvoru	25
Graf 5.2: Napětí σ_x stěn bez otvoru různých druhů sítě ve vodorovném řezu stěnou se zprůměrovanou hodnotou	26
Graf 5.3: Napětí σ_x stěn bez otvoru různých druhů sítě ve vodorovném řezu	26
Graf 5.4: Závislost hustoty sítě stěny na časové náročnosti	27
Graf 5.5: Napětí σ_x do poloviny výšky stěny bez otvoru	28
Graf 5.6: Napětí σ_y do poloviny výšky stěny bez otvoru	28
Graf 5.7: Hlavní napětí u stěn s čtvercovými otvory bodově zatížené stěny	30
Graf 5.8: Závislost velikosti hl. napětí nad čtvercovým otvorem na velikostí otvoru	31
Graf 5.9: Hlavní napětí spojitěho zatížení stěny se čtvercovými otvory	32
Graf 5.10: Napětí σ_y bodově zatížených stěn s čtvercovými otvory	32
Graf 5.11: Závislost různých velikostí otvorů bodového zatížení na velikost napětí σ_y ve svislém řezu	33
Graf 5.12: Napětí σ_y u stěn s čtvercovými otvory způsobené spojitým zatížením	34
Graf 5.13: Napětí σ_x stěny se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením	34
Graf 5.14: Napětí σ_x stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu od spojitěho zatížení	35
Graf 5.15: Napětí σ_y stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením	35
Graf 5.16: Napětí σ_y stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené spojitým zatížením	36
Graf 5.17: Napětí τ_{xy} stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené bodovým zatížením	36
Graf 5.18: Napětí τ_{xy} stěn se čtvercovými otvory vodorovného řezu způsobené spojitým zatížením	37
Graf 5.19: Hlavní napětí stěn s obdélníkovými otvory, bodové zatížení	39
Graf 5.20: Napětím σ_y ve stěně s obdélníkovými otvory způsobené bodovým zatížením	41
Graf 5.21: Závislost velikosti napětí na vzdálenosti od obdélníkových	41
Graf 5.22: Napětí σ_x stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení	42
Graf 5.23: Napětí σ_x stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojitě zatížený	42
Graf 5.24: Napětí σ_y stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení	43
Graf 5.25: Napětí σ_y stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojitě zatížení	43

Graf 5.26: Napětí τ_{xy} stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, bodové zatížení	44
Graf 5.27: Napětí τ_{xy} stěn s obdélníkovými otvory ve vodorovném řezu, spojitě zatížení	44
Graf 5.28: Hlavní napětí stěn s kruhovými otvory způsobené bodovým zatížením	46
Graf 5.29: Hlavní napětí stěn s kruhovými otvory způsobené spojitým zatížením	46
Graf 5.30: Napětí σ_y ve stěně s kruhovými otvory způsobené bodovým zatížením	47
Graf 5.31: : Napětí σ_y ve stěně s kruhovými otvory způsobené spojitým zatížením	47
Graf 5.32: Napětí τ_{xy} ve stěně s kruhovými otvory	48
Graf 5.33: Napětí σ_x ve vodorovném řezu stěn s kruhovými otvory, způsobené bodovým zatížením	48
Graf 5.34: Napětí σ_x porovnání bodového a spojitěho zatížení stěn s kruhovými otvory	49
Graf 5.35: Napětí σ_y ve vodorovném řezu způsobené bodovým zatížením stěn s kruhovými otvory	49
Graf 5.36: Napětí σ_y , porovnání bodového a spojitěho zatížení stěny s kruhovými otvory	50
Graf 5.37: Napětí τ_{xy} ve vodorovném řezu způsobené spojitým zatížením stěn s kruhovými otvory	50
Graf 5.38: Napětí τ_{xy} , porovnání bodového a spojitěho zatížení stěn s kruhovými otvory	51
Graf 5.39: Napětí σ_x ve stěně s eliptickými otvory způsobené bodovým zatížením	53
Graf 5.40: Napětí σ_y ve stěně s eliptickými otvory způsobené bodovým zatížením	53
Graf 5.41: Hlavní napětí eliptického a kruhového otvoru	54
Graf 5.42: Napětí σ_y eliptického a kruhového otvoru	54
Graf 5.43: Napětí σ_x eliptického otvoru ve vodorovném řezu	55
Graf 5.44: Napětí σ_y eliptického otvoru ve vodorovném řezu	55
Graf 5.45: Napětí τ_{xy} ve vodorovném řezu způsobené spojitým zatížením ve stěně s eliptickými otvory	56
Graf 5.46: Napětí σ_x eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu	56
Graf 5.47: Napětí σ_y eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu	57
Graf 5.48: Napětí τ_{xy} eliptického a kruhového otvoru ve vodorovném řezu	57

SEZNAM TABULEK

Tabulka 5.1: Vzájemné spolupůsobení napětí nad čtvercovým otvorem	30
Tabulka 5.2: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_y nad čtvercovým otvorem	33
Tabulka 5.3: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_x nad menšími obdélníkovými otvory	39
Tabulka 5.4: Vzájemné spolupůsobení napětí σ_x nad větším obdélníkovými otvorem	40

PŘÍLOHY

Příloha 1: Zdrojové soubory výpočetních programů v Matlabu

Příloha 2: Zdrojové soubory výpočetních programů v Scia Engineer 15.1

Příloha 3: Výstupy stěn s kruhovými a eliptickými otvory z programu ANSYS

Příloha 4: Porovnání napětí v MS Excel